

Design of Variable Depth Single-Span Post-Tensioned Concrete Bridges

by Kenneth W. Shushkewich

Haunched single-span bridges (HSSBs), shown in Fig. 1, have maximum depth at the ends and minimum depth at midspan. They are used for long-span river crossings or highway overpasses, where only a single span is required, and an aesthetically pleasing graceful shape is desired and/or the vertical clearance needs to be maximized. This article provides the design procedure for this innovative bridge type. It will be of interest to owner agencies, bridge designers, and design-build contractors looking for a practical and elegant new solution for long-span bridges.

An HSSB is made possible by “fixing” the span ends to “lock in” negative moment, resulting in a reduction in positive moment and allowing a shallow section at midspan. The negative moments are locked in by short cantilevers with tie-downs (rock/soil anchors) at their ends.

After a brief introduction into bridges with tie-downs, a complete design example is provided for a post-tensioned concrete box girder HSSB. The intent is to provide a completely self-contained design procedure within this article. The article follows the methodology of Reference 1, which provides additional information on the design of post-tensioned box girder bridges.

Bridges with Tie-Downs

Consider a simply supported, variable depth bridge as shown in Fig. 2(a), having span length L and short end cantilevers of length a . Vertical supports carry the reactions R . Because the maximum positive bending moment occurs at midspan, it will not be possible to have the shallowest section at midspan as shown.

Now, let's apply a downward force F at the end of each cantilever extension (Fig. 2(b)). These forces “lock in” a negative moment $M^- = Fa$ at the supports (and increase the magnitude of the reactions R). The locked-in moment reduces the positive moment at midspan, allowing the very shallow section to be used, as shown. The values of F and a can be adjusted to obtain any desired distribution of positive and



Fig. 1: Examples of HSSBs

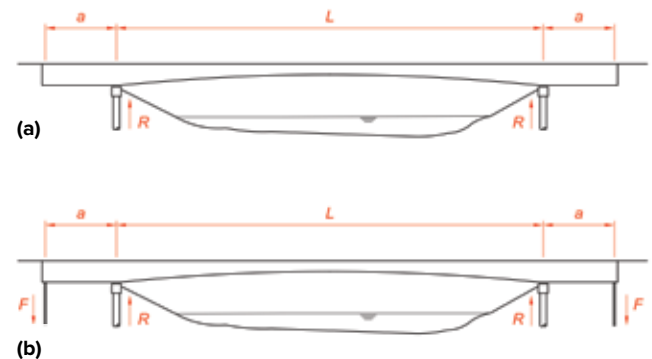


Fig. 2: Schematics for HSSBs: (a) with cantilevers only; and (b) with cantilevers having tie-downs

negative moment. The parameter a must be selected to minimize the total structure length, while still keeping the design for shear in the end cantilevers manageable.

The total negative moment is the sum of the moment due to the self-weight of the end cantilever and Fa . As a increases, a larger portion of negative moment is carried by the self-weight. In the limit, the self-weight of the cantilever carries the entire negative moment, tie-downs are no longer required,

and the structure becomes a three-span continuous bridge.

Although a three-span continuous bridge has end reactions that are unknown quantities to be determined, the bridges described in this article have end “actions” with prescribed values. Whereas it is difficult to prescribe an upward bearing “reaction,” it is completely reasonable to prescribe a downward tie-down force or “action.” Thus, three-span continuous bridges are statically indeterminate and more difficult to analyze and design than the statically determinate

bridges considered herein. Continuous bridges also have unfavorable secondary moments (due to prestressing, creep and shrinkage, and thermal gradients) that complicate the design.

The bridges described in this article are simply supported and are very easy to design. In fact, of all the bridge types that are possible, the simply supported, single-span variable depth post-tensioned box girder bridges discussed in this article are probably the easiest to design. Even novice bridge designers can design these most beautiful and aesthetically pleasing bridges.

Design Example

Let us consider the bridge shown in Fig. 3 as a complete design example. The main span length $L = 270$ ft and the cantilever extension length $a = L / 6 = 45$ ft. The tie-down forces are applied 2 ft from the ends, so the overall length of the structure is 364 ft.

The bridge has two 12 ft traffic lanes and two 10 ft shoulders, providing a clear roadway width of 44 ft and an overall width of 47 ft. The cross section of the bridge is that of a two-cell/three-web box girder. The depth of the girder varies from 13 ft 6 in. at the abutments (and at the ends) to 6 ft 9 in. at midspan, resulting in span-to-depth ratios of 20 and 40, respectively. The top slab thickness is 9 in., while the bottom slab thickness varies from 8 in. at midspan to 14 in. at the abutments. Each of the three webs has a thickness of 16 in.

The self-weight density of concrete is 155 lb/ft³. The superimposed dead load is 1852 lb/ft, and this includes the weight of the barrier curbs and the wearing surface. An AASHTO HL-93 live load (LL)² is used here, with four lanes, a multiple presence factor of 0.65, and a dynamic load allowance (IM) of 1.33. The specified concrete strength f'_c is 6000 psi.

The method proposed in this article requires very few calculations, and only those values given in Table 1 are required for these calculations. These values include section properties at midspan and the abutment, bending moments at midspan and the abutment, and shear forces on either side of the abutment. Shear forces are given for the cantilever side (outside abutment), where the tie-down force acts, and the main span side (inside abutment).

Bending moment and shear force diagrams for self-weight (SW), superimposed dead load (SDL), live load (termed herein as $HL93$), and tie-down force (TD) are shown in Fig. 4. Figure 4(a) shows the individual and combined effects of SW and TD , while Fig. 4(b) shows the effects of SDL and $HL93$. The vertical scale of Fig. 4(b) has been adjusted to allow a greater appreciation of the effects of the governing live loads relative to the effects of the uniformly distributed superimposed dead load.

Figure 4(a) shows that a tie-down force of 2276 kip (acting over a moment arm of 45 ft) creates a tie-down moment of -102,400 ft·kip. This moment shifts the self-weight moment down, thereby reducing the positive moment at midspan from 108,700 to 6300 ft·kip and increasing the negative moment

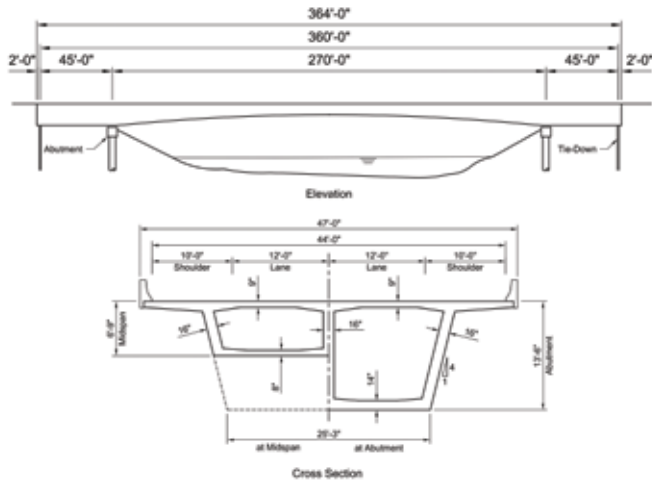


Fig. 3: Design example

Table 1:
Section properties, bending moments M , and shear forces V for the design example

Property	Midspan	Abutment
A , ft ²	84.28	120.65
I , ft ⁴	556.3	3310.3
y_t , ft	2.690	6.093
y_b , ft	4.060	7.407
r^2 , ft ²	6.601	27.436
r^2/y_t , ft	2.454	4.503
r^2/y_b , ft	1.626	3.704
Q , ft ³	—	292.814
Moment	Midspan	Abutment
M_{SW} , ft·kip	108,700	-20,700
M_{SDL} , ft·kip	14,800	-2000
M_{LL} , ft·kip	31,000	-11,000
M_{TOTAL} , ft·kip	154,500	-33,700
Shear	Outside abutment	Inside abutment
V_{SW} , kip	879	2050
V_{SDL} , kip	87	250
V_{LL} , kip	327	471
V_{TOTAL} , kip	1293	2771

at the abutment from $-20,700$ to $-123,100$ ft-kip. A small reserve of positive moment at midspan is desirable because it ensures that there will not be a stress reversal when the live load acts on the bridge.

The shear due to SW and TD is 3155 kip on the cantilever side of the abutment (outside abutment) and 2050 kip on the main span side of the abutment (inside abutment). Note that the tie-down force has no effect on the main span shear.

The designer can select the tie-down force to shift the SW moment diagram by any amount. The method used here is to lay out a reasonable number of continuity prestressing tendons at midspan, determine the positive moment that these tendons can carry, and then calculate the tie-down moment as the difference between the total positive moment and the positive moment carried by the continuity tendons. The abutment moment then becomes the total moment at the abutment plus the tie-down moment. The required prestressing at the abutment can then be determined, and the shortfall between this requirement and that already provided by the continuity tendons is made up by placing local top tendons over the abutment.

The continuity prestressing tendons are laid out by using the equations derived and summarized in Appendix A. These equations are expressed both in terms of the prestress force P required for a given moment M , as well as the moment M that can be carried for a specified prestress force P .

Detailed Calculations

The sequence of steps provided in the textbox can be applied to the design example for a post-tensioned concrete box girder HSSB. (Note: Four decimal places are used for calculations. Final values are rounded up or down.)

Step 1: Lay out the continuity tendons

Six 19-strand continuity tendons per web have been selected for the design of this bridge (Fig. 5). The elevation view

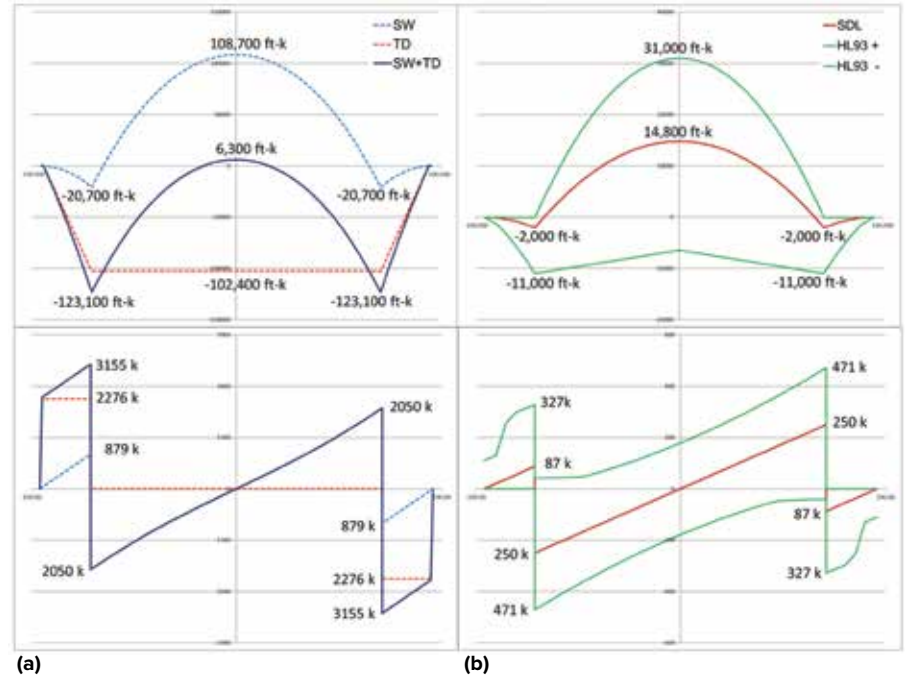


Fig. 4: Bending moment and shear force diagrams: (a) due to self-weight SW and tie-down force TD ; and (b) due to superimposed dead load SDL and live load $HL93$

Step-by-Step Procedure

The design procedure may be summarized as follows (with steps for checking principal stresses, flexural strength, and flexural stresses):

1. Lay out the continuity tendons (at midspan and the abutments);
2. Determine the positive moment that these tendons can carry;
3. Calculate the tie-down moment—the difference between the value from Step 2 and the total midspan moment;
4. Calculate the total negative moment at the abutments—the sum of the tie-down moment and the total abutment moment;
5. Determine the prestressing required at the abutments;
6. Determine the additional local top tendons required at the abutments to satisfy the value from Step 5;
7. Check principal stresses at the abutments (on both sides);
8. Check flexural strength (at midspan and the abutments); and
9. Plot flexural stress diagrams and check flexural stresses.

shows that the tendons travel the full length of the bridge, with the low point at midspan, high points at the abutments, and anchorages near the tie-down locations. The design uses Grade 270, low-relaxation, 0.6 in. diameter seven-wire steel strand.

The two sections show all 18 tendons with their low point at midspan and high points at the abutments. The additional “details” show that the center of gravity of the tendons (cgs) is 16.25 in. from both the top and bottom of the section

(this value includes a 1 in. offset that accounts for the strands being congregated to one side of the duct as shown). Additional information on this is provided in Reference 1.

Figure 6 shows the anchorage details for the six 19-strand continuity tendons in each web of the box girder. The webs are flared from 16 to 24 in. over a length of 10 ft to accommodate the anchorages. The center of gravity of the tendons is 52 in. from the top.

The preliminary design is based on a

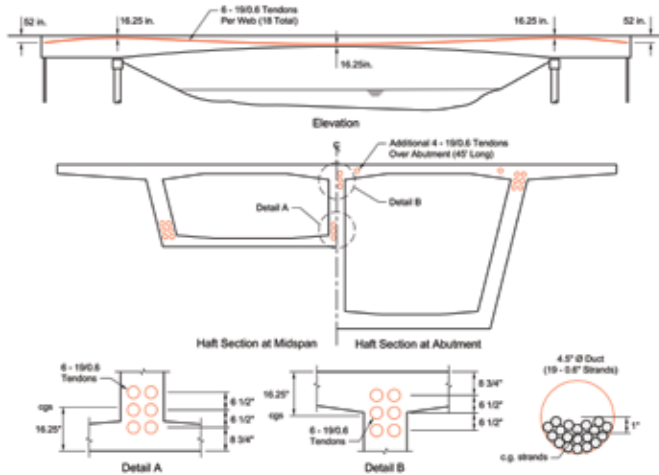


Fig. 5: Continuity tendon layout

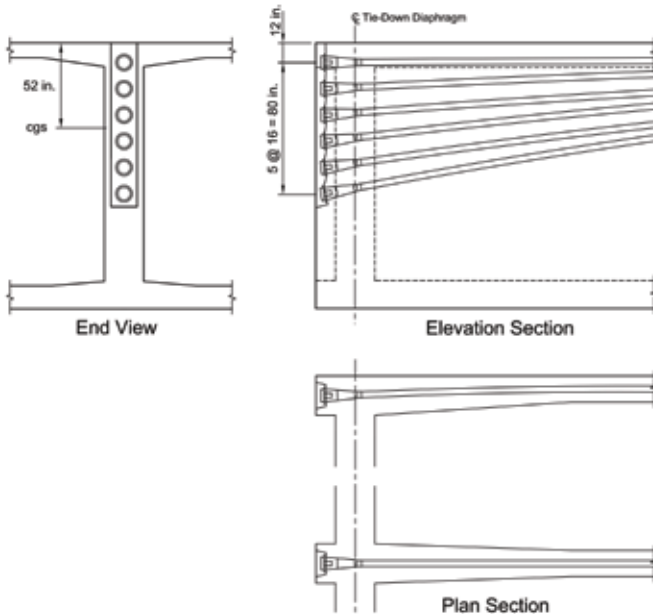


Fig. 6: Continuity tendon anchorage details

jacking stress of $0.75f_{pu}$, an initial stress of $0.70f_{pu}$ after short-term losses, and a final effective stress of $0.60f_{pu}$ after long-term losses. In other words, the long-term losses are assumed to be $0.10f_{pu}$. The short- and long-term losses and the stresses along the length of the tendon need to be verified in a detailed analysis after completion of the preliminary design.

For this tendon layout, the effective prestressing force P and the eccentricity at the bottom e_{bot} and top e_{top} of the section are:

$$P = 0.60 \times 270 \text{ ksi} \times 0.217 \text{ in.}^2 = 35.15 \text{ kip per strand and}$$

$$P = 35.15 \times 342 = 12,023 \text{ kip (six tendons totaling 342 strands)}$$

$$e_{bot} = y_b - y_{bar} = 4.0598 - 1.3542 = 2.7056 \text{ ft}$$

$$e_{top} = y_t - y_{bar} = 6.0925 - 1.3542 = 4.7384 \text{ ft}$$

Step 2: Determine the positive moment carried by the continuity tendons

$$M^+ = P(e_{bot} + r^2/y_b) = 12,023 \times (2.7056 + 1.6258) = 52,100 \text{ ft}\cdot\text{kip}$$

Step 3: Calculate the tie-down moment

(Difference between M^+ and the total midspan moment.)

$$M_{TD} = 52,100 - 154,500 = -102,400 \text{ ft}\cdot\text{kip}$$

Step 4: Calculate the total negative moment at the abutments

(Sum of M_{TD} and the total abutment moment)

$$M^- = -102,400 + -33,700 = -136,100 \text{ ft}\cdot\text{kip}$$

Step 5: Determine the prestressing required at the abutments

$$P_{top} = \frac{M^-}{(e_{top} + r^2/y_t)} = \frac{136,100}{(4.7384 + 4.5033)} = 14,726 \text{ kip}$$

Step 6: Determine the additional local top tendons required at abutments

$$P_{add} = 14,726 - 12,023 = 2703 \text{ kip}$$

$$\text{Number of strands} = 2703 / 35.15 = 76.9 \text{ (use 76)}$$

The additional prestressing can be provided by four 19-strand tendons at the top of the section over the abutments (Fig. 5). A tendon length of 45 ft will be adequate, with the added tendons anchored in small buildouts at the web/top-slab interface, located 22 ft 6 in. on each side of the abutment.

Two bending moment diagrams for this solution are shown in Fig. 7. Figure 7(a) shows that a tie-down moment of $-102,400 \text{ ft}\cdot\text{kip}$ shifts the self-weight positive moment of $108,700 \text{ ft}\cdot\text{kip}$ down to $6300 \text{ ft}\cdot\text{kip}$, while also shifting the negative moment of $-20,700 \text{ ft}\cdot\text{kip}$ down to $-123,100 \text{ ft}\cdot\text{kip}$. Figure 7(b) shows that the combination of $SW + TD$, SDL , and $HL93$ loads gives positive and negative design moments of $52,100 \text{ ft}\cdot\text{kip}$ and $-136,100 \text{ ft}\cdot\text{kip}$, respectively, as calculated in Steps 2 and 4.

Step 7: Check principal stresses

The calculations for the principal stress check are shown in Fig. 8 and summarized in Table 2. Calculations are made for both sides of the abutment. The flexural stress $\sigma_x = P/A$ and corresponding shear stress $\tau_{xy} = VQ/Ib$ are used.

Considering outside the abutment first, the axial force $P = 14,726 \text{ kip}$ is the prestressing force required at the abutment (Step 5), and the shear force $V = 3569 \text{ kip}$ is the combined shear due to the loads (Table 1) and the tie-down shear.

The flexural stress and shear stress are determined as $\sigma_x = -848 \text{ psi}$ and $\tau_{xy} = 548 \text{ psi}$. These stresses are used to calculate radius $R = 693 \text{ psi}$ for the Mohr's circle diagram shown in Fig. 8(a), which indicates a maximum principal tension of 269 psi . This stress is just under the allowable value of $3.5 \sqrt{f'_c} = 271 \text{ psi}$ (per Reference 2), indicating that this design is adequate and that it will be possible to reinforce this section without the need to increase the section depth or the web thickness.

Considering inside the abutment, $P = 14,726$ kip (again), and the shear force $V = 2771$ kip (Table 1). These give $\sigma_x = -848$ psi, $\tau_{xy} = 425$ psi, $R = 601$ psi, and a maximum principal tension of 177 psi (Fig. 8(b)). This stress is well below the allowable value, indicating that the main span portion of the design is adequate with respect to shear. (Note: In general, shear design will be governed by the outside abutment portion having the tie-down forces.)

Step 8: Check flexural strength

The calculations for the strength check are summarized in Table 2. Calculations are made both at midspan and the abutment. The demand-capacity ratio (D/C) is 0.867 at midspan and 0.753 at the abutment. These values indicate that the design is adequate with respect to flexural strength.

Step 9: Check flexural stresses

Flexural stresses* over the full length of the bridge are plotted in Fig. 9. The basis for this design (0 psi tension at the bottom at midspan under combined dead and live load) is satisfied. The corresponding stress at the top of the section at the abutments is +319 psi tension. The added local top tendons will counteract and reduce this stress to 0 psi.

The maximum initial compressive stress at the bottom is -2488 psi, which is less than the initial allowable compressive stress of $0.60 f'_{ci} = 0.60 \times 4500$ psi = 2700 psi. This is also the maximum compressive stress, so all

*The flexural stresses (and previously the bending moments and shear forces) are determined at each node in a simple frame computer analysis. Appendix B gives a convenient method (that is not widely known) for the calculation of the section properties in concrete box girder bridges, whereas Appendix C gives a general method (that is also not widely known) for the determination of the equivalent loads of prestressing. These equivalent loads are used to determine the eccentricity of the tendon at each node, which is then used in the calculation of the stresses at each node.

compressive stresses are less than the final allowable compressive stress of $0.45 f'_c = 0.45 \times 6000$ psi = 2700 psi. The stress diagrams therefore indicate that the design is adequate.

Verification Analysis

At the completion of the step-by-

step procedure, a verification analysis will be needed to finalize the design parameters. This analysis should include both short- and long-term prestressing losses, including those due to the time-dependent effects of creep, shrinkage, and relaxation, so it requires a specialized computer program.

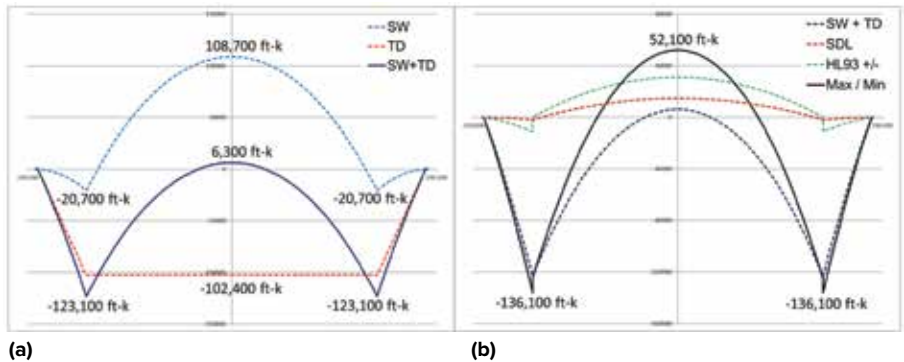


Fig. 7: Bending moment diagrams for the six-tendon solution: (a) due to self-weight SW and tie-down force TD ; and (b) due to $SW + TD$ along with superimposed dead load SDL and live load $HL93$

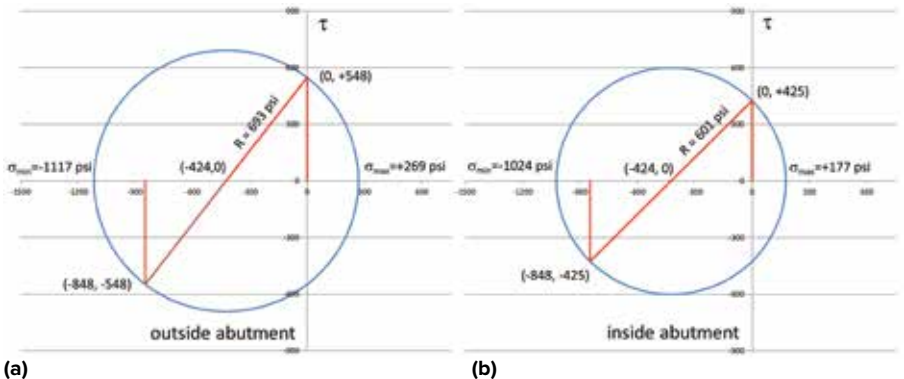


Fig. 8: Principal stresses using Mohr's circle: (a) outside abutment; and (b) inside abutment

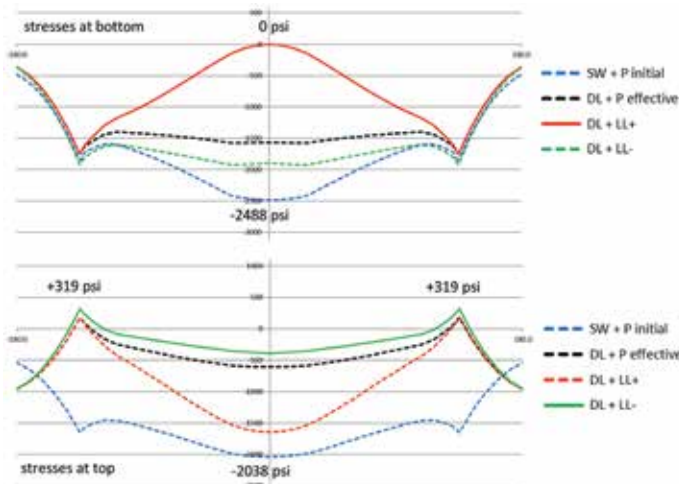


Fig. 9: Flexural stresses

Alternative Solution

An alternative solution (with four tendons per web) is presented in this section to demonstrate the ease with which this method can be used to consider additional alternatives once the section properties, bending moments, and shear forces have been determined.

The inner tendons shown in Fig. 5 are removed, leaving 228 strands per web. The effective prestressing force P becomes 8015 kip, and y_{bar} becomes 1.0833 ft. Consequently, $e_{bot} = 2.9765$ ft and $e_{top} = 5.0092$ ft. The other basic information remains the same as in the solution with six tendons per web.

The positive midspan moment carried by the continuity tendons is 36,900 ft·kip, and the tie-down moment is -117,600 ft·kip. The total negative moment at the abutments is thus -151,300 ft·kip, requiring a prestressing force of 15,903 kip at the abutments. These moments are shown in Fig. 10, which is presented in the same format as Fig. 7.

The additional $15,903 - 8015 = 7888$ kip can be provided by 12 additional 19-strand tendons in each web, located near the top of the girder and anchored (in three groups of four tendons) on each side of the abutments.

While the tie-down moment is larger than the self-weight moment, it is smaller than the moment due to SW plus SDL (123,500 ft·kip). This is acceptable because there is a reserve of positive moment under permanent load, and there will not be a moment reversal (and stress reversal) at midspan due to the transient live load.

Table 2 gives a summary of calculations for checking the principal stresses and ultimate strength for the four-tendon per web solution, which can be compared to those for the six-tendon per web solution. The principal stress outside the abutment increases from 269 to 297 psi (which is 10% greater than the allowable value of 271 psi), while the principal stress inside the abutment has decreased from 177 to 167 psi. Exceeding the principal stress by 10% may warrant a thickening of the webs in the region outside the

abutment, or at least a closer examination of the shear reinforcement at this stage rather than in final design. Meanwhile, the flexural strength D/C has increased from 0.867 to 0.946 at midspan, and from 0.753 to 0.761 at the abutments.

Both the six- and four-tendon per web solutions are acceptable, and the designers will need to select the one that

they are most comfortable with. The author personally prefers the more robust six-tendon solution.

Additional Considerations

The AASHTO code² includes two additional considerations that are addressed in this section:

- (1) The design example has been

Table 2:
Checks on principal stresses and flexural strength for the design example

Parameter	Principal stresses			
	Six tendons/web		Four tendons/web	
	Outside abutment	Inside abutment	Outside abutment	Inside abutment
P , kip	14,726	14,726	15,903	15,903
V_{LOADS} , kip	1293	2771	1293	2771
V_{TD} , kip	2276	0	2614	0
V , kip	3569	2771	3907	2771
σ_x , psi	-848	-848	-915	-915
τ_{xy} , psi	548	425	600	425
R , psi	693	601	755	625
σ_{min} , psi	-1117	-1024	-1212	-1083
σ_{max} , psi	269	177	297	167
$<3.5\sqrt{f'_c}$	271	271	271	271
Parameter	Flexural strength			
	Six tendons/web		Four tendons/web	
	Midspan	Abutment	Midspan	Abutment
M_u , ft·kip	80,600	-175,600	61,600	-194,600
M_{cr} , ft·kip	75,600	-222,400	58,900	-239,100
ϕM_n , ft·kip	80,600	-222,400	61,600	-239,100
M_r , ft·kip	93,000	-295,300	65,100	-314,300
D/C	0.867	0.753	0.946	0.761

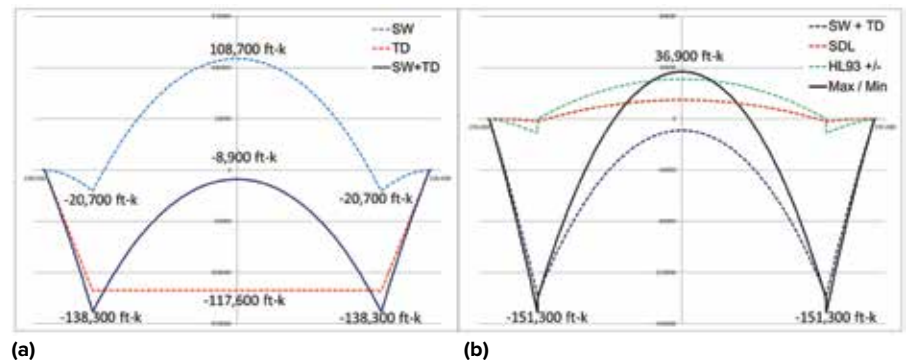


Fig. 10: Bending moment diagrams for the four-tendon solution: (a) due to self-weight SW and tie-down force TD ; and (b) due to $SW + TD$ along with superimposed dead load SDL and live load $HL93$

based on zero tension under dead and live load, at the bottom at midspan and at the top at the abutments. However, the AASHTO code allows a tensile stress of $6\sqrt{f'_c}$ at these locations.

The described method may still be used by replacing the expressions for M^+ and P_{top} in Appendix A as given by Eq. (4) and (5), with those given by Eq. (7) and (10). The latter equations have an additional term for the moment due to the allowable tensile stress.

For the six-tendon solution, this additional term increases the moment in Eq. (7) by 9200 ft·kip and decreases the moment in Eq. (10) by 36,300 ft·kip. The net result is that the top prestressing force required is 9800 kip, which is less than the 12,023 kip provided, so no additional local top tendons are required at the abutments.

(2) AASHTO also allows that 0.8 ($LL + IM$) may be used when checking tensile stresses, although 1.0($LL + IM$) must be used when checking compressive stresses (refer to AASHTO commentary for this discussion).

The designer can take advantage of this in the presented method by reducing the positive and negative $HL93$ moments in Table 1 by 20%. The procedures for determining the tie-down moment and prestressing required at the abutment remain the same. However, the full $HL93$ load must be used to calculate and plot the flexural stresses used in checks against allowable compressive stresses.

Abutment Details

The box girders have 2 ft thick diaphragms at the abutments and tie-down locations (Fig. 11). The abutment diaphragms transfer the bearing reactions from the webs, while the tie-down diaphragms transfer the tie-down forces to the webs. The tie-downs consist of 24 rock/soil anchors, each comprised of five 0.6 in. diameter Grade 270 steel strands. The anchors are placed in two rows and are spaced at 2 ft centers across the width of the box girder. Each anchor has a stressing head at the top and a device that transfers force to the rock or soil at the embedded end.

The bridge is supported by pot bearings located on top of the pile caps. These bearings carry the total load reactions plus the tie-down force reactions. The abutments shown are founded on drilled shafts, but they can also be on driven piles or spread footings (depending on the soil conditions). Approach slabs with a small expansion joint at each end (for 182 ft of movement) complete the design of this bridge.

The method described in this article deals with the design of the superstructure, and only simple abutments have been shown for the design example. However, a wide variety of substructure alternatives may be used with this superstructure solution. These include raising the bridge to have regular abutments with wingwalls such as those shown in Fig. 1, or supporting the bridge on piers at the location of the bearings and having abutments at the location of the tie-downs, as shown in Fig. 12. The cantilever extensions can thus be hidden as shown in Fig. 1 to reveal a single-span bridge, or they can be open as shown in Fig. 12 to feature a three-span bridge.

When using an exposed end cantilever solution, it may be appropriate to lengthen the cantilevers and give them parabolic profiles to improve their aesthetics. Tie-downs will be required as

long as the end cantilevers are short enough to have uplift at their ends. When they become long enough to have bearing reactions at their ends, the method described herein can no longer be used, and the normal procedure for the design of statically indeterminate, three-span continuous bridges must be used (as described in Reference 1).

Construction Considerations

The bridge in the design example is intended to be built using cast-in-place construction on falsework. This construction method is suitable for roadway crossings and river crossings (where falsework can be placed in the river). If falsework is not allowed in the water, this design procedure can be used with cast-in-place segmental construction (refer to Reference 3).

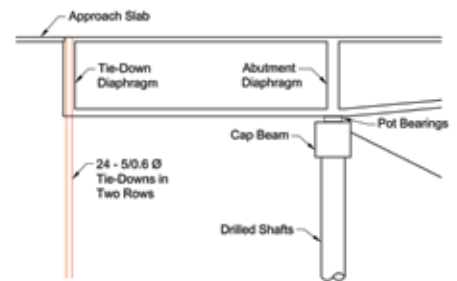


Fig. 11: Details at the abutment and tie-down locations

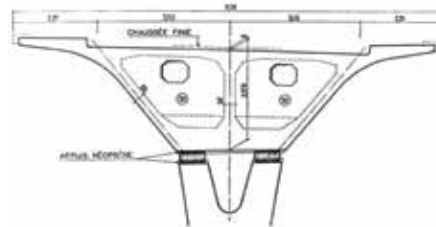


Fig. 12: The Orly Airport Bridge near Paris, France. Designed by Eugene Freyssinet, this structure has the most elegant aesthetic features, including its variable depth, sloped webs that gently transition into the cantilevers, and beautiful mortised piers



Conclusions

This article provides a simple procedure for the design of variable depth single-span post-tensioned concrete box girder bridges. This allows aesthetically pleasing bridges to be designed and constructed. The HSSB design method is relatively simple, and even novice bridge designers can create very beautiful bridges, as these bridges are no more difficult to design than simply supported single-span bridges. They have all the benefits of a continuous bridge, without any of the complexities involved in their design.

References

1. Corven, J., "Post-Tensioned Box Girder Design Manual," FHWA-HIF-15-016, Federal Highway Administration, Washington, DC, June 2016, 355 pp.
2. "AASHTO LRFD Bridge Design Specifications," eighth edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC, 2017, 1780 pp.
3. Shushkewich, K.W., "Design of Haunched Single Span Bridges," *Structural Engineering International, Journal of the IABSE*, publication pending, 2020.
4. Mosley, W.H., and Spencer, W.J., *Microcomputer Applications in Structural Engineering*, Macmillan, London, 1984, 276 pp.
5. Shushkewich, K.W., "Simplified Equivalent Loads of Prestressing," *ASCE Journal of Structural Engineering*, V. 117, No. 11, Nov. 1991, pp. 3538-3542.

Selected for reader interest by the editors.



ACI member **Kenneth W. Shushkewich** is with KSI Bridge Engineers. He specializes in the design and construction of unique and innovative prestressed concrete bridges. He was formerly with Jean Muller International and T.Y. Lin International. He is a member of Joint ACI-ASCE Committees 343, Concrete Bridge Design, and 423, Prestressed Concrete.

He can be reached at kenshushkewich@hotmail.com.

Appendix A—Prestress Equations

The equations for the stress at the top and bottom of the section for positive moment and prestressing at the bottom (with the sign convention that tension is positive) can be expressed as

$$f_{top} = \frac{-P}{A} + \frac{P e y_t}{I} - \frac{M y_t}{I} \quad (1)$$

$$f_{bot} = \frac{-P}{A} - \frac{P e y_b}{I} + \frac{M y_b}{I} \quad (2)$$

In the example, the prestressing at midspan is proportioned such that the stress at the bottom will be zero. By setting Eq. (2)

equal to zero, rearranging, and keeping in mind that $r^2 = I / A$, we can express P in terms of M as well as M in terms of P .

$$P_{bot} = \frac{M^+}{(e_{bot} + r^2 / y_b)} \quad (3)$$

$$M^+ = P_{bot} (e_{bot} + r^2 / y_b) \quad (4)$$

In a similar way, the prestressing at the abutments is proportioned such that the stress at the top will be zero. Equation (5) and (6) express P in terms of M and M in terms of P , respectively.

$$P_{top} = \frac{M^-}{(e_{top} + r^2 / y_t)} \quad (5)$$

$$M^- = P_{top} (e_{top} + r^2 / y_t) \quad (6)$$

If the allowable tensile stress is $6\sqrt{f'_c}$ (and not zero), then the equations for M^+ and M^- become

$$M^+ = P_{bot} (e_{bot} + r^2 / y_b) + 6\sqrt{f'_c} I / y_b \quad (7)$$

$$M^- = P_{top} (e_{top} + r^2 / y_t) + 6\sqrt{f'_c} I / y_t \quad (8)$$

and the expressions for P_{bot} and P_{top} become

$$P_{bot} = \frac{M^+ - 6\sqrt{f'_c} I / y_b}{(e_{bot} + r^2 / y_b)} \quad (9)$$

$$P_{top} = \frac{M^- - 6\sqrt{f'_c} I / y_t}{(e_{top} + r^2 / y_t)} \quad (10)$$

Appendix B—Section Properties

The section properties may be determined using the method given in Reference 4. The nodes of the cross section are numbered (Fig. 13), such that counterclockwise numbering is used outside the section, and clockwise numbering is used inside the section. The equations shown are then used in a spreadsheet to determine the section properties: A , I , y_t , y_b , and r^2 . As the section is symmetrical, only one-half of the section needs to be considered, and the values of A and I are doubled (the factor 2 in the equations already accounts for this doubling).

The only difference between sections along the length of the bridge is that the depth varies parabolically from 13 ft 6 in. at the abutment to 6 ft 9 in. at midspan, and the bottom slab thickness varies linearly from 14 in. at the abutment to 8 in. at midspan (as shown in Fig. 13). The spreadsheet is easily adapted to consider each section along the length of the bridge (each node in the computer model), noting that the bridge is symmetric and only one-half of the section properties need to be calculated.

Appendix C—Equivalent Loads

Although equivalent loads are not necessary to use the method described in this article, an equivalent load computer analysis can be helpful in determining the eccentricity of the prestressing tendon at each node. (Note: Four decimal places are used for calculations. Final values are rounded up or down.)

Using the terminology outlined in Reference 5 and shown in Fig. 14, and noting $e_{end} = 4.3333 - 6.9025 = -1.7592$ ft; $e_{top} = 1.3542 - 6.0925 = -4.7384$ ft; and $e_{bot} = 4.0598 - 1.3542 = 2.7056$ ft, we have $e_{end} - e_{top} = +2.9792$ ft and $e_{bot} - e_{top} = +7.4440$ ft. The equivalent loads are therefore calculated as follows (with a unit prestressing force of $P = 10,000$ kip):

$$F_a = \frac{+2P(e_{end} - e_{top})}{(a + b)} = \frac{+2 \times 10,000 \text{ kip} \times 2.9792 \text{ ft}}{45 \text{ ft}} = +1324 \text{ kip}$$

$$w_b = \frac{-2P(e_{end} - e_{top})}{b(a + b)} = \frac{-2 \times 10,000 \text{ kip} \times 2.9792 \text{ ft}}{45 \text{ ft} \times 45 \text{ ft}} = -29.42 \text{ kip/ft}$$

$$w_c = \frac{-2P(e_{bot} - e_{top})}{c(c + d)} = \frac{-2 \times 10,000 \text{ kip} \times 7.4440 \text{ ft}}{27 \text{ ft} \times 135 \text{ ft}} = -40.84 \text{ kip/ft}$$

$$w_d = \frac{+2P(e_{bot} - e_{top})}{d(c + d)} = \frac{+2 \times 10,000 \text{ kip} \times 7.4440 \text{ ft}}{108 \text{ ft} \times 135 \text{ ft}} = +10.21 \text{ kip/ft}$$

$$M_{end} = P \times e_{end} = 10,000 \text{ kip} \times -1.7592 \text{ ft} = -17,592 \text{ ft} \cdot \text{kip}$$

The results of the computer analysis give the eccentricity $e = M / P$ at each node. This allows the flexural stress, principal stress, and/or flexural strength to be calculated at each node, and it facilitates the plotting of these diagrams over the length of the bridge.

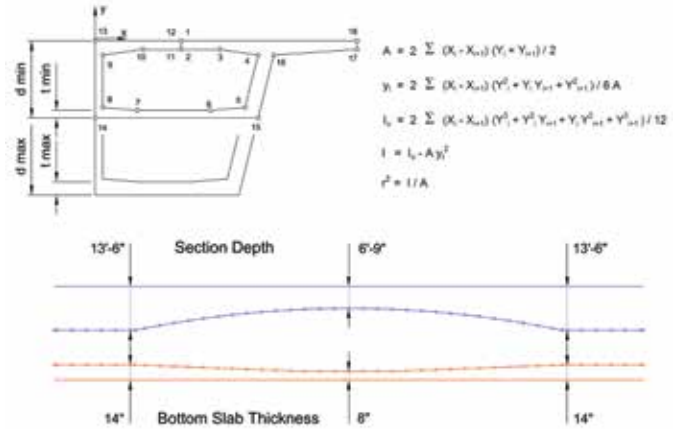


Fig. 13: A convenient method for calculating section properties for a haunched box girder (after Reference 4)

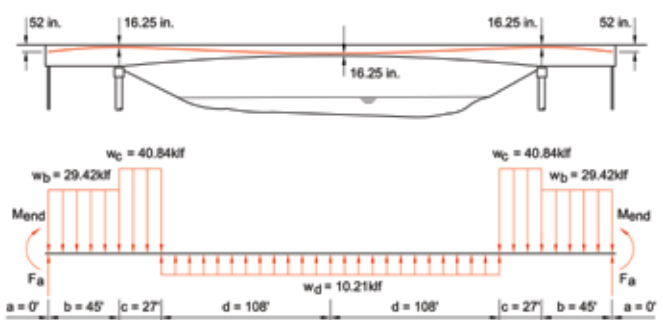


Fig. 14: A convenient method for calculating equivalent loads to determine the tendon eccentricity over the girder length (after Reference 5)

ACI Symposium Papers Digital Subscription

Annual access to over 6000 symposium papers

Gain unlimited access to new and archived papers from all ACI Symposium Publications, published since 1962, plus any new papers that are published.



Visit concrete.org



Diseño de puentes de concreto postensado de un solo claro de profundidad variable

por Kenneth W. Shushkewich

Los puentes abovedados de un solo claro (HSSB, por sus siglas en inglés), mostrados en la Fig. 1, poseen un peralte máximo en los extremos y un peralte mínimo al centro del claro. Se utilizan para cruces de ríos de claros largos o pasos elevados de carreteras, donde sólo se requiere un claro y se desea una forma elegante y estéticamente agradable y/o el gálibo se debe maximizar. Este artículo proporciona el procedimiento de diseño para este innovador tipo de puente. Será de interés para los propietarios de agencias, los diseñadores de puentes y los contratistas de diseño y construcción que busquen una nueva solución práctica y elegante para puentes de claros largos.

Un HSSB se hace posible "restringiendo" los extremos del claro para generar un momento negativo "de bloqueo", lo que resulta en una reducción del momento positivo y permitiendo una sección poco aperaltada al centro del claro. Los momentos negativos son generados por voladizos cortos con amarres (anclajes en roca/suelo) en sus extremos.

Después de una breve introducción a los puentes con amarres, se proporciona un ejemplo completo de diseño para un HSSB con trabe cajón de concreto postensado. La intención es proporcionar un procedimiento de diseño completamente autónomo dentro de este artículo. El artículo sigue la metodología de la Referencia 1, que proporciona información adicional sobre el diseño de puentes de trabe cajón postensados.

Puentes con Amarres

Considere un puente de peralte variable simplemente apoyado como se muestra en la Fig. 2(a), el cual tiene un claro de longitud L y voladizos en los extremos con longitud a . Los soportes verticales cargan las reacciones R . Debido a que el momento flexionante máximo positivo ocurre al centro del claro, no será posible tener la sección menos profunda al centro del claro como se muestra.



Fig. 1: Ejemplos de puentes HSSB

Ahora, apliquemos una fuerza F hacia abajo al final de cada extensión en voladizo (Fig. 2(b)). Estas fuerzas generan un momento negativo "de bloqueo" $M_- = Fa$ en los soportes (y aumentan la magnitud de las reacciones R). El momento de bloqueo reduce el momento positivo en el centro del claro, lo que permite utilizar una sección muy poco aperaltada, como se muestra. Los valores de F y a pueden ser ajustados para obtener cualquier distribución deseada de momento positivo y negativo. Se debe seleccionar el parámetro a para minimizar la longitud total de la estructura, sin dejar de mantener el diseño a cortante en los voladizos manejable.

El momento negativo total es la suma del momento debido al peso propio del extremo en voladizo y de Fa . A medida que a aumenta, una porción más grande de momento negativo es realizada por el peso propio. En el límite, el peso propio del voladizo soporta todo el momento negativo, tal que ya no se requieren amarres y la estructura se convierte en un puente continuo de tres claros.

Aunque un puente continuo de tres claros tiene reacciones desconocidas en los extremos a ser determinadas, los puentes descritos en este artículo tienen "acciones" en los extremos con valores prescritos. Mientras que es difícil prescribir una "reacción" de apoyo ascendente, es completamente razonable prescribir una fuerza o "acción" de amarre descendente. Por lo tanto, los puentes continuos de tres claros son estáticamente indeterminados y más difíciles de analizar y diseñar que los puentes estáticamente determinados aquí considerados.

Los puentes continuos también tienen momentos secundarios desfavorables (debido al presfuerzo, flujo plástico y contracción, y a los gradientes térmicos) que complican el diseño.

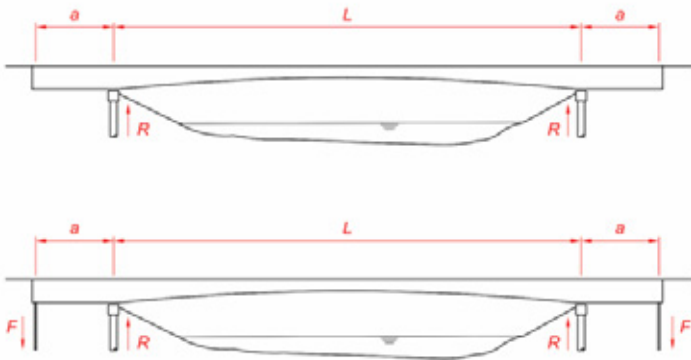


Fig. 2 Esquemas para puentes HSSB: (a) sólo con voladizos; y (b) con voladizos con amarres

Los puentes descritos en este artículo son simplemente apoyados y son muy fáciles de diseñar. De hecho, de todos los tipos posibles de puentes, los de trabe cajón postensada de peralte variable de un solo claro simplemente apoyados que se describen en este artículo son probablemente los más fáciles de diseñar. Incluso los diseñadores de puentes novatos pueden diseñar estos puentes más hermosos y estéticamente agradables.

Ejemplo de Diseño

Consideremos el puente que se muestra en la Fig. 3 como un ejemplo completo de diseño. La longitud del claro principal $L = 270$ pies y la longitud de extensión del voladizo $a = L / 6 = 45$ pies. Las fuerzas de amarre se aplican a 2 pies desde los extremos, de tal forma que la longitud total de la estructura es 364 pies.

El puente tiene dos carriles de tráfico de 12 pies y dos acotamientos de 10 pies, lo que proporciona un ancho de camino despejado de 44 pies y un ancho total de 47 pies. La sección transversal del puente es la de una trabe cajón de dos celdas/tres almas. El peralte de la viga varía de 13 pies 6 pulgadas en los estribos (y en los extremos) a 6 pies 9 pulgadas en el centro del claro, lo que resulta en relaciones claro/peralte de 20 y 40, respectivamente. El espesor de la losa superior es de 9 pulgadas, mientras que el espesor de la losa inferior varía de 8 pulgadas al centro del claro a 14 pulgadas en los estribos. Cada una de las tres almas tiene un espesor de 16 pulgadas.

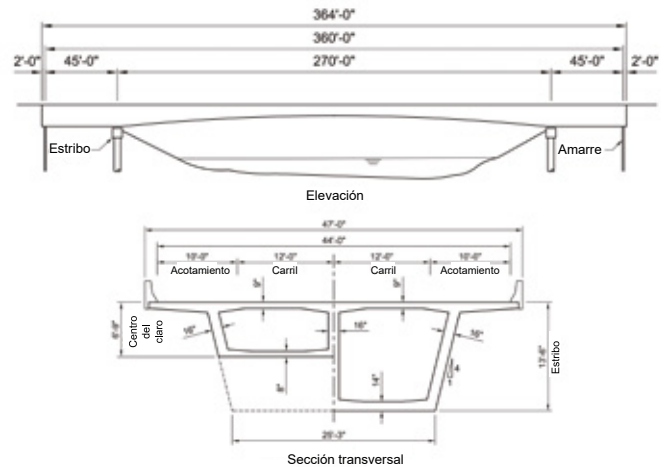


Fig. 3: Ejemplos de diseño

La densidad de peso propio del concreto es de 155 libras/pie³. La carga muerta superpuesta es de 1852 libras/pie, y esto incluye el peso de la guarnición y la superficie de rodamiento. Se utilizará una carga viva (LL)₂ de acuerdo con el AASHTO HL-93, con cuatro carriles, un factor de presencia múltiple de 0.65 y un factor de impacto (IM) de 1.33. La resistencia especificada del concreto f'_c es 6000 psi.

El método propuesto en este artículo requiere muy pocos cálculos y para realizarlos sólo se requieren los valores dados en la Tabla 1. Estos valores incluyen las propiedades de la sección al centro del claro y el estribo, los momentos flexionantes en el centro del claro y el estribo y las fuerzas a cortantes en ambos lados del estribo. Las fuerzas a cortante se dan por el lado del voladizo (estribo exterior), donde actúa la fuerza de amarre, y por el lado del claro principal (estribo interior).

Tabla 1: Propiedades de la sección, momentos de flexión M y fuerzas a cortante V para el ejemplo de diseño

Propiedad	Centro del Claro	Estribo
A, ft ²	84.28	120.65
I, ft ⁴	556.3	3310.3
y_b , ft	2.690	6.093
y_{br} , ft	4.060	7.407
r^2 , ft ²	6.601	27.436
r^2/y_b , ft	2.454	4.503
r^2/y_{br} , ft	1.626	3.704
Q, ft ³	—	292.814
Momento	Centro del Claro	Estribo
M_{SW} , ft·kip	108,700	-20,700
M_{SDL} , ft·kip	14,800	-2000
M_{LL} , ft·kip	31,000	-11,000
M_{TOTAL} , ft·kip	154,500	-33,700
Cortante	Exterior del Estribo	Interior del Estribo
V_{SW} , kip	879	2050
V_{SDL} , kip	87	250
V_{LL} , kip	327	471
V_{TOTAL} , kip	1293	2771

Los diagramas de momento flexionante y de fuerza a cortante para peso propio (SW), la carga muerta superpuesta (SDL), la carga viva (denominada aquí HL93) y la fuerza de amarre (TD), se muestran en la Fig. 4. La Figura 4(a) muestra los efectos individuales y combinados de SW y TD, mientras que la Fig. 4(b) muestra los efectos de SDL y HL93. La escala vertical de la figura 4(b) se ha ajustado para permitir una mayor apreciación de los efectos de las cargas vivas gobernantes en relación con los efectos de la carga muerta superpuesta distribuida uniformemente.

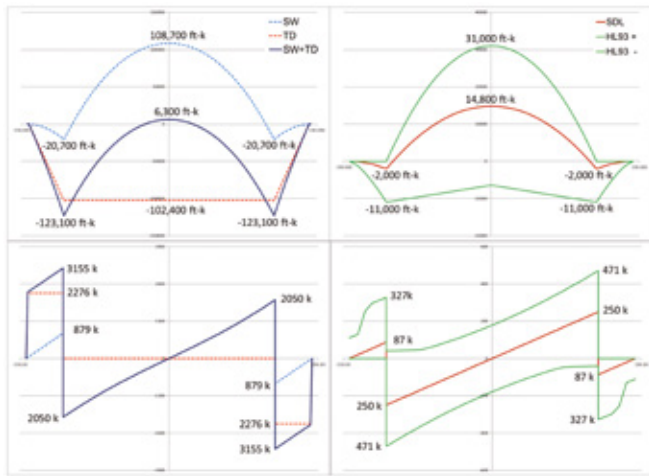


Fig. 4: Diagramas de momento de flexión y fuerza a cortante: (a) debido al peso propio SW y a la fuerza de amarre TD; y (b) debido a la carga muerta superpuesta SDL y a la carga viva HL93

La figura 4(a) muestra que una fuerza de amarre de 2276 kip (que actúa sobre un brazo de palanca de 45 pies) crea un momento de amarre de -102,400 pies·kip. Este momento desplaza el momento de peso propio hacia abajo, lo que reduce el momento positivo en el centro del claro de 108,700 a 6300 pies·kip y aumenta el momento negativo en el estribo de -20,700 a -123,100 pies·kip. Es deseable una pequeña reserva de momento positivo en el centro del claro porque asegura que no habrá una inversión del esfuerzo cuando la carga viva actúe sobre el puente.

El cortante debido a SW y TD es de 3155 kip por el lado en voladizo del estribo (estribo exterior) y 2050 kip en el lado del claro principal del estribo (estribo interior). Es importante notar que la fuerza de amarre no tiene ningún efecto sobre el cortante del claro principal.

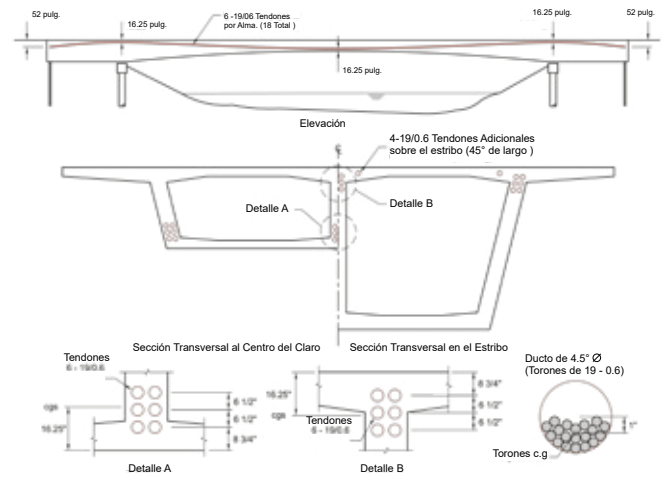


Fig. 5: Disposición del tendón de continuidad

El diseñador puede seleccionar la fuerza de amarre para cambiar el diagrama del momento SW por cualquier cantidad. El método utilizado aquí es para colocar un número razonable de tendones de continuidad presforzados en el centro del claro, determinar el momento positivo que estos tendones pueden soportar y luego calcular el momento de amarre como la diferencia entre el momento positivo total y el momento positivo llevado por los tendones de continuidad. El momento del estribo se convierte en el momento total en el estribo más el momento de amarre. Puede entonces determinarse el presfuerzo necesario en el estribo, y la diferencia entre este requerimiento y el ya proporcionado por los tendones de continuidad se compensa colocando los tendones superiores locales sobre el estribo.

Los tendones de presforzado de continuidad son dispuestos utilizando las ecuaciones derivadas y resumidas en el Apéndice A. Estas ecuaciones se expresan tanto en términos de la fuerza de presfuerzo P requerida para un momento M dado, como del momento M que se puede soportar para una fuerza de presfuerzo P especificada.

Cálculos Detallados

La secuencia de pasos proporcionada en el cuadro de texto puede aplicarse al ejemplo de diseño para un puente HSSB con trabe cajón de concreto postensado. (Nota: se utilizan cuatro lugares decimales para los cálculos. Los valores finales se redondean hacia arriba o hacia abajo).

Procedimiento Paso a Paso

El procedimiento de diseño se puede resumir de la siguiente manera (con pasos para verificar los esfuerzos principales, la resistencia a flexión y los esfuerzos a flexión):

1. Colocar los tendones de continuidad (en el centro del claro y los estribos);
2. Determinar el momento positivo que estos tendones pueden soportar;
3. Calcular el momento de amarre: la diferencia entre el valor del Paso 2 y el momento total al centro del claro;
4. Calcular el momento negativo total en los estribos: la suma del momento de amarre y el momento total del estribo;
5. Determinar el presfuerzo requerido en los estribos;
6. Determinar los tendones superiores locales adicionales necesarios en los estribos para satisfacer el valor del Paso 5;
7. Revisar los esfuerzos principales en los estribos (en ambos lados);
8. Revisar la resistencia a la flexión (al centro del claro y los estribos); y
9. Trazar diagramas de esfuerzos de flexión y revisar los esfuerzos de flexión.

Paso 1: Colocar los tendones de continuidad

Para el diseño de este puente se han seleccionado seis tendones de continuidad con 19 torones por alma (Fig. 5). La vista en elevación muestra que los tendones recorren toda la longitud del puente, con el punto bajo al centro del claro, los puntos altos en los estribos y los anclajes cerca de las ubicaciones de amarre. El diseño utiliza un torón de acero de siete alambres de Grado 270, de baja relajación y 0.6 pulgadas de diámetro.

Las dos secciones muestran todos los 18 tendones con el punto bajo al centro del claro y los puntos altos en los estribos. Los “detalles” adicionales muestran que el centro de gravedad de los tendones (cgs) está a 16.25 pulgadas tanto de la parte superior como de la inferior de la sección (este valor incluye 1 pulgada de desfase que cuantifica que los torones se hayan congregado hacia un lado del ducto como se muestra). Se aporta información adicional al respecto en Referencia 1.

La Figura 6 muestra los detalles del anclaje para los seis tendones de continuidad con 19 torones por alma de la trabe cajón. Las almas se ensanchan de 16 a 24 pulgadas en una longitud de 10 pies para acomodar los anclajes. El centro de gravedad de los tendones está a 52 pulgadas de la parte superior. El diseño preliminar se basa en un esfuerzo de tensado de 0.75 fpu, un esfuerzo inicial de 0.70 fpu después de pérdidas a corto plazo, y un esfuerzo efectivo final de 0.60 fpu después de pérdidas a largo plazo. En otras palabras, se supone que las pérdidas a largo plazo son de 0.10 fpu. Las pérdidas a corto y largo plazo y los esfuerzos a lo largo de la longitud del tendón deben verificarse en un análisis detallado después de terminar el diseño preliminar.

La Figura 6 muestra los detalles del anclaje para los seis tendones de continuidad con 19 torones por alma de la trabe cajón. Las almas se ensanchan de 16 a 24 pulgadas en una longitud de 10 pies para acomodar los anclajes. El centro de gravedad de los tendones está a 52 pulgadas de la parte superior.

El diseño preliminar se basa en un esfuerzo de tensado de 0.75 fpu, un esfuerzo inicial de 0.70 fpu después de pérdidas a corto plazo, y un esfuerzo efectivo final de 0.60 fpu después de pérdidas a largo plazo. En otras palabras, se supone que las pérdidas a largo plazo son de 0.10 fpu. Las pérdidas a corto y largo plazo y los esfuerzos a lo largo de la longitud del tendón deben verificarse en un análisis detallado después de terminar el diseño preliminar.

Para esta disposición de tendones, la fuerza de presfuerzo efectiva P y la excentricidad inferior e_{bot} y superior e_{top} de la sección son:

$$P = 0.60 \times 270 \text{ ksi} \times 0.217 \text{ pulg}^2 = 35,15 \text{ kip por torón y } P = 35,15 \times 342 = 12,023 \text{ kip (seis tendones que suman 342 torones)}$$

$$e_{bot} = y_b - \bar{y} = 4.0598 - 1.3542 = 2.7056 \text{ pies}$$

$$e_{top} = y_t - \bar{y} = 6.0925 - 1.3542 = 4.7384 \text{ pies}$$

Paso 2: Determinar el momento positivo que los tendones de continuidad pueden soportar

$$M_+ = P (e_{bot} + r^2 / y_b) = 12,023 \times (2.7056 + 1.6258) = 52,100 \text{ pies kip}$$

Paso 3: Calcular el momento de amarre

(Diferencia entre M_+ y el momento total del centro del claro)

$$MTD = 52,100 - 154,500 = -102,400 \text{ pies kip}$$

Paso 4: Calcular el total del momento negativo en los estribos

(Suma de MTD y el total del momento del estribo)

$$M_- = -102,400 + -33,700 = -136,100 \text{ pies kip}$$

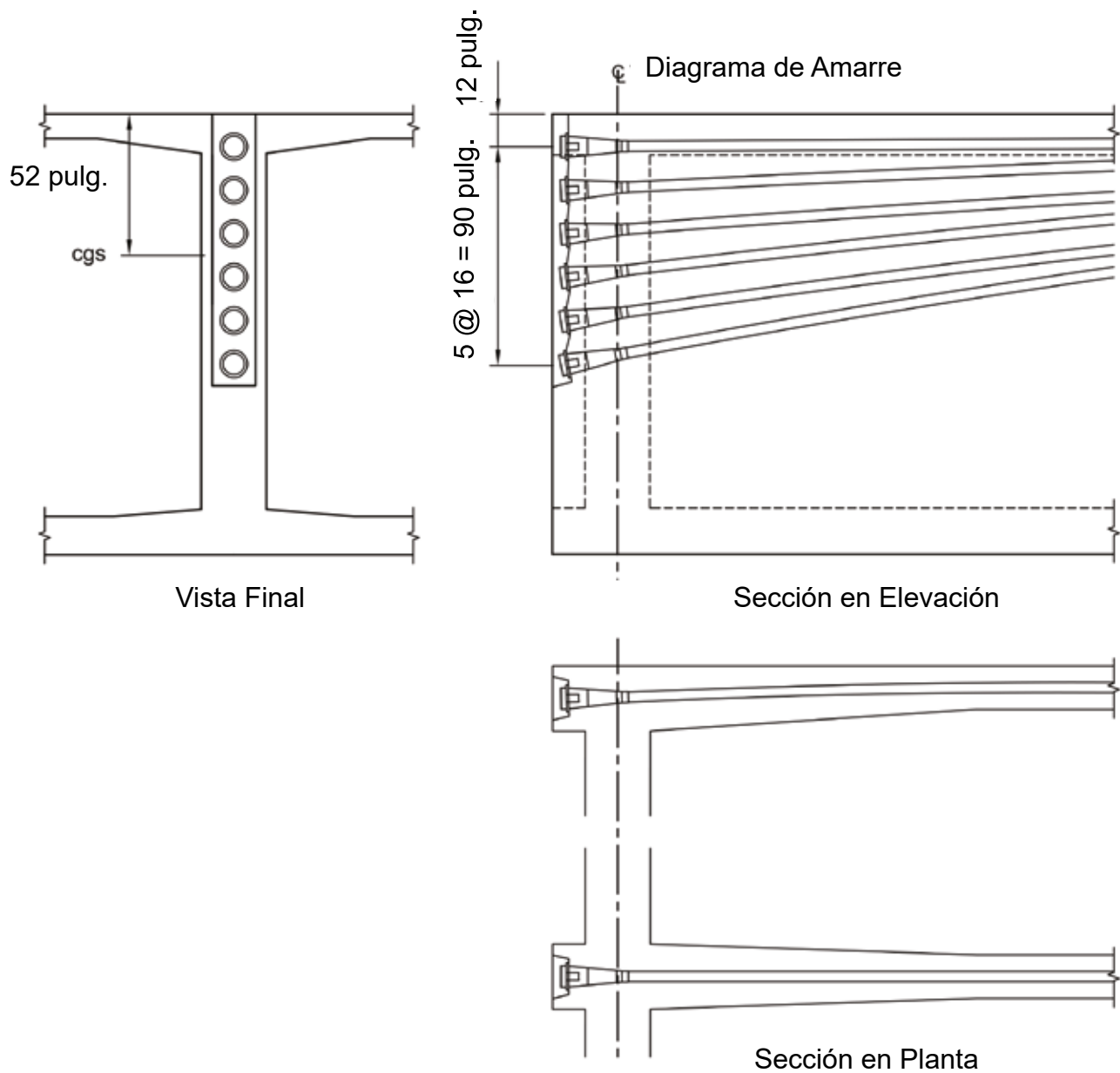


Fig. 6: Detalles del anclaje de los tendones de continuidad

Paso 5: Determinar el presfuerzo requerido en los estribos

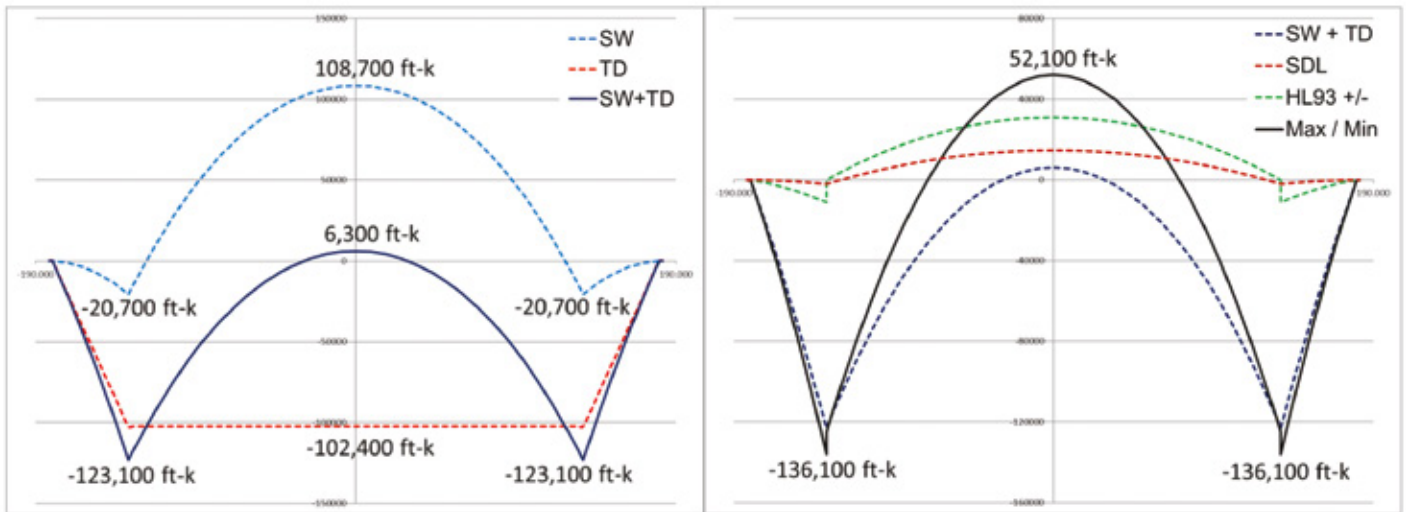
$$P_{top} = M^{\wedge} / ((e_{top} + r^2 / y_t)) + 136,100 / ((4.7384 + 4.5033)) = 14,726 \text{ kip}$$

Paso 6: Determinar los tendones superiores locales adicionales necesarios en los estribos

$$P_{add} = 14,726 - 12,023 = 2703 \text{ kip}$$

$$\text{Número de torones} = 2703 / 35.15 = 76.9 \text{ (use 76)}$$

El presforzado adicional puede ser proporcionado por cuatro tendones de 19 torones en la parte superior de la sección sobre los estribos (Fig. 5). La longitud de un tendón adecuada será de 45 pies, con los tendones añadidos anclados en pequeños resagues en la interfaz del alma y de la losa superior, ubicada a 22 pies y 6 pulgadas a cada lado del estribo.



(a) **Fig. 7: Diagramas de momentos de flexión para la solución de seis tendones: (a) debido al peso propio SW y la fuerza de amarre TD; y (b) debido a SW+TD junto con carga muerta superpuesta SDL y carga viva HL93**

En la figura 7 se muestran dos diagramas de momento de flexión para esta solución. La figura 7(a) muestra que un momento de amarre de $-102,400$ pies·kip desplaza el momento positivo de peso propio de $108,700$ pies·kip a 6300 pies·kip, al mismo tiempo que también cambia el momento negativo de $-20,700$ pies·kip a $-123,100$ pies·kip. La Figura 7(b) muestra que la combinación de cargas SW + TD, SDL y HL93 dan momentos de diseño positivos y negativos de $52,100$ pies·kip y $-136,100$ pies·kip, respectivamente, como se calculó en los Pasos 2 y 4.

Paso 7: Revisar los esfuerzos principales

Los cálculos para revisar los esfuerzos principales se muestran en la Fig. 8 y se resumen en la Tabla 2. Los cálculos se realizan para ambos lados del estribo. Se utilizan el esfuerzo normal $\sigma_x = P / A$ y el esfuerzo a cortante correspondiente $\tau_{xy} = VQ/Ib$.

Considerando primero el exterior del estribo, la fuerza axial $P = 14,726$ kip es la fuerza de presfuerzo requerida en el estribo (Paso 5), y la fuerza cortante $V = 3569$ kip es el cortante combinado debido a las cargas (Tabla 1) y el cortante de amarre.

El esfuerzo de flexión y el esfuerzo a cortante se determinan como $\sigma_x = 848$ psi y $\tau_{xy} = 548$ psi. Estos esfuerzos se utilizan para calcular el radio $R = 693$ psi para el diagrama del círculo de Mohr que se muestra en la Fig. 8(a), el cual indica una tensión principal máxima de 269 psi. Este esfuerzo está justo por debajo del valor permisible de $3.5 \sqrt{f'_c} = 271$ psi (según la Referencia 2), lo que indica que este diseño es adecuado y que será posible reforzar esta sección sin la necesidad de aumentar el peralte de la sección o el grosor del alma.

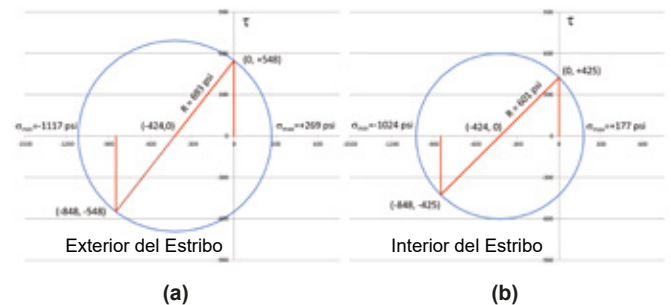


Fig. 8: Esfuerzos principales usando el círculo de Mohr: (a) exterior del estribo; y (b) interior del estribo

Considerando el interior del estribo, $P = 14,726$ kip (nuevamente) y la fuerza a cortante $V = 2771$ kip (Tabla 1). Éstos dan $\sigma_x = -848$ psi, $\tau_{xy} = 425$ psi, $R = 601$ psi y una tensión principal máxima de 177 psi (Fig. 8(b)). Este esfuerzo está muy por debajo del valor permisible, lo que indica que la parte del claro principal del diseño es adecuada con respecto al cortante.

(Nota: Por lo general, el diseño a cortante se regirá por la parte exterior del estribo que tiene las fuerzas de amarre).

Paso 8: Revisar la resistencia a la flexión

Los cálculos para la revisión de resistencia se resumen en la Tabla 2. Los cálculos se realizan tanto al centro del claro como en el estribo. La relación demanda/capacidad (D/C) es 0.867 al centro del claro y 0.753 en el estribo. Estos valores indican que con respecto a la resistencia a la flexión el diseño es adecuado.

Paso 9: Revisar los esfuerzos de flexión

Los esfuerzos de flexión sobre la longitud total del puente fueron graficados en la Fig. 9. La base para este diseño (tensión de 0 psi en la parte inferior al centro del claro bajo cargas viva y muerta combinadas) se cumple. El esfuerzo correspondiente en la parte superior de la sección en los estribos es una tensión de +319 psi. Los tendones superiores locales agregados contrarrestarán y reducirán este esfuerzo a 0 psi. El esfuerzo de compresión inicial máximo en la parte inferior es -2488 psi, que es menor que el esfuerzo de compresión inicial permisible de $0.60 f'_{ci} = 0.60 \times 4500 \text{ psi} = 2700 \text{ psi}$. Este a su vez es el esfuerzo de compresión máximo, por lo que todos los esfuerzos de compresión son menores que el esfuerzo final permisible de $0.45 f'_c = 0.45 \times 6000 \text{ psi} = 2700 \text{ psi}$. Por tanto, los diagramas de esfuerzo indican que el diseño es adecuado.

Análisis de Verificación

Una vez completado el procedimiento paso a paso, será necesario un análisis de verificación para finalizar los parámetros de diseño. Este análisis debe incluir pérdidas de presfuerzo tanto a corto como a largo plazo, incluyendo las ocasionadas por los efectos dependientes del tiempo de flujo plástico, contracción y relajación, por lo que requiere un programa computacional especializado.

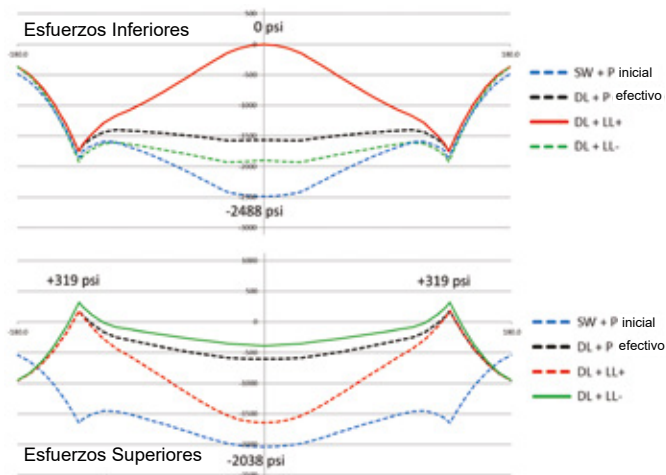


Fig. 9: Esfuerzos de flexión

Solución Alternativa

En esta sección se presenta una solución alternativa (con cuatro tendones por alma) para demostrar la facilidad con la que este método puede utilizarse para considerar alternativas adicionales una vez que se han determinado las propiedades de la sección, los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes.

Se retiran los tendones internos que se muestran en la Fig. 5, dejando 228 torones por alma. La fuerza de presfuerzo efectiva P se convierte en 8015 kip, y y_{bar} se convierte en 1.0833 pies. En consecuencia, $e_{bot} = 2.9765$ pies y $e_{top} = 5.0092$ pies. La otra información básica permanece igual que en la solución con seis tendones por alma.

El momento positivo al centro del claro resistido por los tendones de continuidad es 36,900 pies kip, y el momento de amarre es -117,600 pies kip. El momento negativo total en los estribos es, por lo tanto, de -151,300 pies kip, lo que requiere una fuerza de presfuerzo de 15,903 kip en los estribos. Estos momentos se muestran en la Fig. 10, que se presenta en el mismo formato que la Fig. 7.

Los $15,903 - 8015 = 7888$ kip adicionales pueden ser aportados por los 12 tendones adicionales de 19 torones en cada alma, ubicados cerca de la parte superior de la viga y anclados (en tres grupos de cuatro tendones) a cada lado de los estribos.

Los esfuerzos de flexión (y anteriormente los momentos de flexión y fuerzas a cortante) se determinan en cada nodo con un análisis computarizado de cuadro simple. El Apéndice B proporciona un método conveniente (que no es ampliamente conocido) para el cálculo de las propiedades de la sección en puentes con travesaños de concreto, mientras que el Apéndice C brinda un método general (que tampoco es ampliamente conocido) para la determinación de las cargas equivalentes de presfuerzo. Estas cargas equivalentes se utilizan para determinar la excentricidad del tendón en cada nodo, el cual después se utiliza en el cálculo de los esfuerzos en cada nodo.

Si bien el momento de amarre es mayor que el momento de peso propio, este es menor que el momento debido al SW más el SDL (123,500 pies kip). Esto es aceptable porque hay una reserva de momento positivo bajo carga permanente, y no habrá una inversión de momento (y una inversión de esfuerzo) en el centro del claro debido a la carga viva transitoria.

La Tabla 2 proporciona un resumen de los cálculos para verificar los esfuerzos principales y la resistencia última para la solución de cuatro tendones por alma, que se pueden comparar con los de la solución de seis tendones por alma. El esfuerzo principal fuera del estribo aumenta de 269 a 297 psi (que es un 10% mayor que el valor permitido de 271 psi), mientras que el esfuerzo principal dentro del estribo ha disminuido de 177 a 167 psi. Exceder el esfuerzo principal en un 10% puede justificar un engrosamiento de las almas en la región fuera del estribo, o al menos un análisis más detallado del refuerzo a cortante en esta etapa en lugar de en el diseño final. Mientras tanto, la resistencia a la flexión D/C ha aumentado de 0.867 a 0.946 al centro del claro y de 0.753 a 0.761 en los estribos.

Las soluciones de seis y cuatro tendones por alma son aceptables, y los diseñadores deberán seleccionar la que les resulte más cómoda. El autor prefiere personalmente la solución más robusta de seis tendones.

Consideraciones Adicionales

El código AASHTO2 incluye dos consideraciones adicionales que se abordan en esta sección:

(1) El ejemplo de diseño se ha basado en tensión cero bajo carga viva y muerta, en la parte inferior al centro del claro y en la parte superior en los estribos. Sin embargo, el código AASHTO permite un esfuerzo de tensión de $6\sqrt{f'_c}$ en estas locaciones.

Tabla 2: verificación de los esfuerzos principales y de la resistencia a la flexión para el ejemplo de diseño.

Parámetro	Esfuerzo Principal			
	Seis tendones/ alma		Four tendons/web	
	Exterior del Estribo	Interior del Estribo	Exterior del Estribo	Interior del Estribo
P, kip	14,726	14,726	15,903	15,903
V _{LOADS} , kip	1293	2771	1293	2771
V _{TD} , kip	2276	0	2614	0
V, kip	3569	2771	3907	2771
σ_x , psi	-848	-848	-915	-915
τ_{xy} , psi	548	425	600	425
R, psi	693	601	755	625
σ_{min} , psi	-1117	-1024	-1212	-1083
σ_{max} , psi	269	177	297	167
$<3.5\sqrt{f'_c}$	271	271	271	271
Parámetro	Resistencia a la Flexión			
	Seis tendones/ alma		Cuatro tendones/ alma	
	Centro del claro	Estribo	Centro del claro	Estribo
M _u , ft-kip	80,600	-175,600	61,600	-194,600
M _c , ft-kip	75,600	-222,400	58,900	-239,100
ϕM_{nr} , ft-kip	80,600	-222,400	61,600	-239,100
M _r , ft-kip	93,000	-295,300	65,100	-314,300
D/C	0.867	0.753	0.946	0.761

El método descrito aún puede usarse reemplazando las expresiones para M+ y Ptop en el Apéndice A como se indica en la Ec. (4) y (5), con los dados por la Ec. (7) y (10). Las últimas ecuaciones tienen ese plazo adicional para el momento debido al esfuerzo de tensión permisible.

Para la solución de seis tendones, ese término adicional aumenta el momento en la Ec. (7) en 9200 pies kip y disminuye el momento en la Ec. (10) en 36,300 pies kip. El resultado neto es que la fuerza de presfuerzo superior requerida es de 9800 kip, que es menor a los 12,023 kip proporcionados, por lo que no se requieren tendones superiores adicionales locales en los estribos.

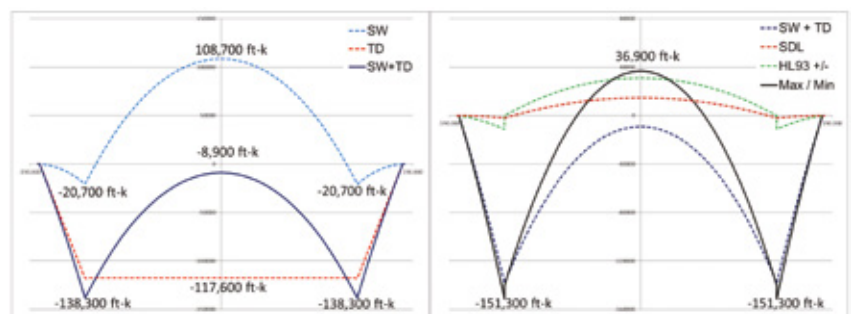


Fig. 10: Diagramas de momentos de flexión para la solución de cuatro tendones: a) debido al peso propio SW y la fuerza de amarre TD; y b) debido al SW + TD junto con la carga muerta superpuesta SDL y la carga viva HL93.

(2) AASHTO también permite que se utilice el 0.8 (LL + IM) para comprobar los esfuerzos de tensión, aunque el 1.0 (LL + IM) debe utilizarse para comprobar los esfuerzos de compresión (véase el comentario de AASHTO para esta discusión).

El diseñador puede aprovechar esto en el método presentado reduciendo los momentos positivos y negativos HL93 en la Tabla 1 en un 20%. Los procedimientos para determinar el momento de amarre y el presfuerzo necesario en el estribo siguen siendo los mismos. Sin embargo, la carga HL93 completa debe utilizarse para calcular y graficar los esfuerzos de flexión utilizados en las comprobaciones contra los esfuerzos de compresión permitidos.

Detalles del estribo

Las traveses de cajón tienen diafragmas de 2 pies de espesor en los estribos y en los puntos de amarre (Fig. 11). Los diafragmas de los estribos transfieren las reacciones de soporte de las almas, mientras que los diafragmas de amarre transfieren las fuerzas de amarre a las almas. Los amarres consisten en 24 anclas en roca y suelo, cada una compuesta por cinco torones de acero Grado 270 de 0.6 pulgadas de diámetro. Las anclas se colocan en dos filas y están espaciadas a 2 pies de distancia a lo largo del ancho de la trabe cajón. Cada ancla tiene una cabeza de anclaje en la parte superior y un dispositivo que transfiere la fuerza a la roca o al suelo en el extremo embebido.

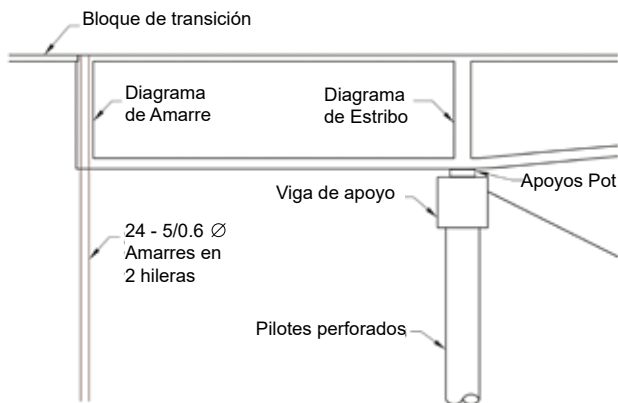


Fig. 11: Detalles en la ubicación de los estribos y los amarres

El puente es soportado en apoyos tipo Pot situados en la parte superior del cabezal. Estos apoyos soportan las reacciones de carga total más las reacciones de las fuerzas de amarre.

Los estribos que se muestran están cimentados sobre pilotes colados en sitio, pero también pueden estar sobre pilotes hincados o zapatas corridas (dependiendo de las condiciones del suelo). Las losas de acceso con una pequeña junta de expansión en cada extremo (para un movimiento de 182 pies) completan el diseño de este puente.

El método descrito en este artículo se refiere al diseño de la superestructura, y sólo se han mostrado estribos sencillos para el ejemplo de diseño. Sin embargo, con esta solución de superestructura se puede utilizar una amplia variedad de alternativas de subestructura. Éstas incluyen elevar el puente para tener estribos regulares con aleros como los que se muestran en la Fig. 1, o apoyar el puente sobre pilas en la zona de los apoyos y tener estribos en la zona de los amarres, como se muestra en la Fig. 12. Así pues, las extensiones de los voladizos pueden ocultarse, como se muestra en la Fig. 1, para revelar un puente de un solo claro, o pueden abrirse, como se muestra en la Fig. 12, para mostrar un puente de tres claros.

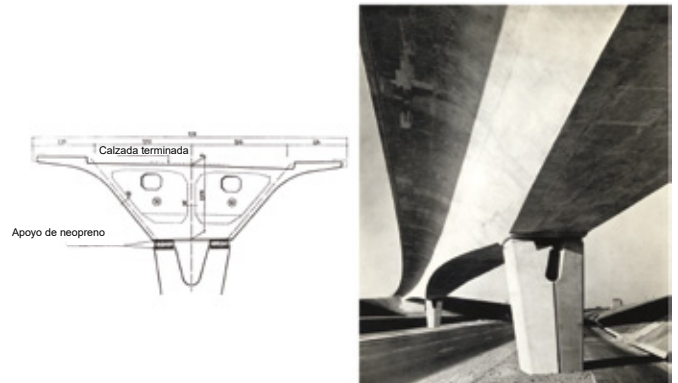


Fig. 12: El puente del aeropuerto de Orly cerca de París, Francia.

Diseñada por Eugene Freyssinet, esta estructura tiene las características estéticas más elegantes, incluyendo su peralte variable, almas inclinadas que transitan suavemente en los voladizos y hermosas pilas ranuradas.

Cuando se utiliza un voladizo final expuesto como solución, puede ser conveniente alargar los voladizos y darles perfiles parabólicos para mejorar su estética. Se requerirán amarres si los voladizos son cortos en los extremos tal que se levanten en sus extremos. Cuando sean lo suficientemente largos como para tener reacciones de apoyo en sus extremos, ya no podrá utilizarse el método descrito aquí, y deberá utilizarse el procedimiento normal para el diseño de puentes continuos estáticamente indeterminados de tres claros (como se describe en la Referencia 1).

Consideraciones de construcción

El puente en el ejemplo de diseño fue concebido para ser construido mediante construcción en sitio sobre cimbras. Este método de construcción es adecuado para cruces de carreteras y de ríos (en los que se pueden colocar cimbras en el río). Si no se permite el uso de cimbra en el agua, este procedimiento de diseño puede utilizarse con construcciones de segmentos en sitio (véase la Referencia 3).

Conclusiones

Este artículo ofrece un procedimiento sencillo para el diseño de puentes de trabe cajón de concreto postensado de un solo claro y con peralte variable. Esto permite diseñar y construir puentes estéticamente agradables. El método de diseño para puentes HSSB es relativamente simple, e incluso los diseñadores de puentes principiantes pueden crear puentes muy hermosos, ya que estos puentes no son más difíciles de diseñar que los puentes con soportes sencillos de un solo claro. Tienen todos los beneficios de un puente continuo, sin ninguna de las complejidades que conlleva su diseño.

Referencias

1. Corven, J., "Post-Tensioned Box Girder Design Manual," FHWA-HIF-15-016, Federal Highway Administration, Washington, DC, June 2016, 355 pp.
2. "AASHTO LRFD Bridge Design Specifications," eighth edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC, 2017, 1780 pp.
3. Shushkewich, K.W., "Design of Haunched Single Span Bridges," Structural Engineering International, Journal of the IABSE, publication pending, 2020.
4. Mosley, W.H., and Spencer, W.J., Microcomputer Applications in Structural Engineering, Macmillan, London, 1984, 276 pp.
5. Shushkewich, K.W., "Simplified Equivalent Loads of Prestressing," ASCE Journal of Structural Engineering, V. 117, No. 11, Nov. 1991, pp. 3538-3542.

Seleccionado por los editores para el interés de los lectores.



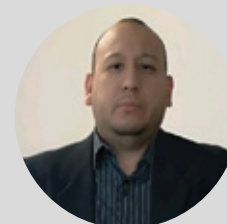
Kenneth W. Shushkewich, miembro ACI que trabaja con KSI Bridge Engineers. Se especializa en el diseño y construcción de puentes de concreto presforzado únicos e innovadores. Anteriormente estuvo con Jean Muller International y T.Y. Lin International. Es miembro de los Comités conjuntos ACI-ASCE y 343, Diseño de Puentes de Concreto, y del Comité 423, Concreto Presforzado. Puede ser contactado en kenshushkewich@hotmail.com.

Artículo 5.- Corresponde a la Sección Noreste de México.

Título: Diseño de puentes de concreto postensado de un solo claro de profundidad variable



Traductor: Lic. Iliana M Garza Gutiérrez



Revisor técnico: Dr. B Tadeo Terán Torres

Apéndice A-Ecuaciones de presfuerzo

Las ecuaciones para el esfuerzo en la parte superior e inferior de la sección para el momento positivo y el presfuerzo en la parte inferior (con la convención del signo de que la tensión es positiva) pueden expresarse como:

$$f_{top} = \frac{-P}{A} + \frac{P e y_t}{I} - \frac{M y_t}{I} \quad (1)$$

$$f_{bot} = \frac{-P}{A} - \frac{P e y_b}{I} + \frac{M y_b}{I} \quad (2)$$

En el ejemplo, el presfuerzo al centro del claro está proporcionado de tal manera que el esfuerzo en la parte inferior será cero. Al establecer la Ec. (2) igual a cero, reordenando, y teniendo en cuenta que $r^2 = I/A$, podemos expresar P en términos de M así como M en términos de P.

$$P_{bot} = \frac{M^+}{(e_{bot} + r^2/y_b)} \quad (3)$$

$$M^+ = P_{bot} (e_{bot} + r^2/y_b) \quad (4)$$

De forma similar, el presfuerzo en los estribos está proporcionado de tal manera que el esfuerzo en la parte superior será cero. Las ecuaciones (5) y (6) expresan P en términos de M y M en términos de P, respectivamente.

$$P_{top} = \frac{M^-}{(e_{top} + r^2/y_t)} \quad (5)$$

$$M^- = P_{top} (e_{top} + r^2/y_t) \quad (6)$$

Si el esfuerzo de tensión permisible es $6\sqrt{f'_c}$ (y no cero), entonces las ecuaciones para M+ y M- se convierten en:

$$M^+ = P_{bot} (e_{bot} + r^2/y_b) + 6\sqrt{f'_c} I / y_b \quad (7)$$

$$M^- = P_{top} (e_{top} + r^2/y_t) + 6\sqrt{f'_c} I / y_t \quad (8)$$

Y las expresiones para Pbot y Ptop tornan en:

$$P_{bot} = \frac{M^+ - 6\sqrt{f'_c} I / y_b}{(e_{bot} + r^2/y_b)} \quad (9)$$

$$P_{top} = \frac{M^- - 6\sqrt{f'_c} I / y_t}{(e_{top} + r^2/y_t)} \quad (10)$$

Apéndice B-Características de la Sección

Las características de la sección pueden determinarse utilizando el método indicado en la Referencia 4. Los nodos de la sección transversal están numerados (Fig. 13), de manera que la numeración en sentido contrario a las agujas del reloj se utiliza fuera de la sección, y la numeración en sentido de las agujas del reloj se utiliza dentro de la sección. Las ecuaciones que mostradas se emplean luego en una hoja de cálculo para determinar las propiedades de la sección: A, I, yt, yb, y r². Puesto que la sección es simétrica, sólo hay que considerar la mitad de la sección, y los valores de A e I se duplican (el factor 2 de las ecuaciones ya explica esta duplicación).

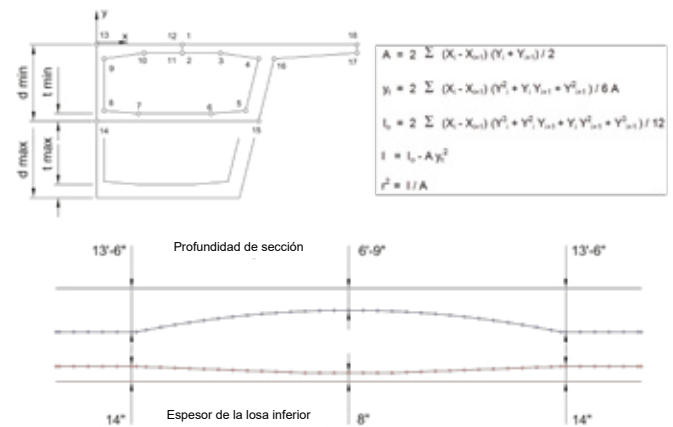


Fig. 13: Un método conveniente para calcular las propiedades de la sección para una trabe cajón abovedada (después de la Referencia 4).

La única diferencia entre las secciones a lo largo del puente es que el peralte varía parabólicamente desde 13 pies 6 pulgadas en el estribo hasta 6 pies 9 pulgadas al centro del claro, y el espesor de la losa inferior varía linealmente desde 14 pulgadas en el estribo hasta 8 pulgadas en el centro del claro (como se muestra en la Fig. 13). La hoja de cálculo se adapta fácilmente para considerar cada sección en toda la longitud del puente (cada nodo en el modelo computarizado), considerando que el puente es simétrico y que sólo es necesario calcular la mitad de las propiedades de la sección.

Apéndice C-Cargas Equivalentes

Aunque no es necesario que las cargas equivalentes utilicen el método descrito en este artículo, un análisis computarizado de cargas equivalentes puede ser útil para determinar la excentricidad del tendón de presfuerzo en cada nodo. (Nota: Se utilizan cuatro decimales para los cálculos. Los valores finales se redondean hacia arriba o hacia abajo).

Utilizando la terminología descrita en la Referencia 5 y mostrada en la Fig. 14, y notando que $e_{end} = 4.3333 - 6.9025 = -1.7592$ pies; $e_{top} = 1.3542 - 6.0925 = -4.7384$ pies; y $e_{bot} = 4.0598 - 1.3542 = 2.7056$ pies, tenemos $e_{end} - e_{top} = +2.9792$ pies y $e_{bot} - e_{top} = +7.4440$ pies. Por lo tanto, las cargas equivalentes se calculan de la siguiente manera (con una fuerza unitaria de presfuerzo de $P = 10.000$ kip):

$$F_a = \frac{+2P(e_{end} - e_{top})}{(a + b)} = \frac{+2 \times 10,000 \text{ kip} \times 2.9792 \text{ ft}}{45 \text{ ft}} = +1324 \text{ kip}$$

$$w_b = \frac{-2P(e_{end} - e_{top})}{b(a + b)} = \frac{-2 \times 10,000 \text{ kip} \times 2.9792 \text{ ft}}{45 \text{ ft} \times 45 \text{ ft}} = -29.42 \text{ kip/ft}$$

$$w_c = \frac{-2P(e_{bot} - e_{top})}{c(c + d)} = \frac{-2 \times 10,000 \text{ kip} \times 7.4440 \text{ ft}}{27 \text{ ft} \times 135 \text{ ft}} = -40.84 \text{ kip/ft}$$

$$w_d = \frac{+2P(e_{bot} - e_{top})}{d(c + d)} = \frac{+2 \times 10,000 \text{ kip} \times 7.4440 \text{ ft}}{108 \text{ ft} \times 135 \text{ ft}} = +10.21 \text{ kip/ft}$$

$$M_{end} = P \times e_{end} = 10,000 \text{ kip} \times -1.7592 \text{ ft} = -17,592 \text{ ft} \cdot \text{kip}$$

Los resultados del análisis computacional dan la excentricidad $e = M/P$ en cada nodo. Esto permite calcular el esfuerzo de flexión, el esfuerzo principal y/o la resistencia a la flexión en cada nodo, y facilita el trazado de estos diagramas sobre la longitud del puente.

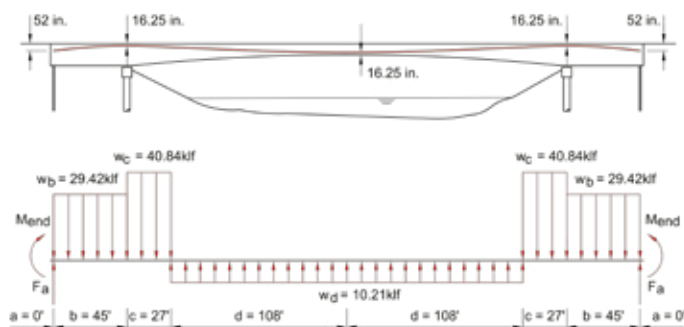


Fig. 14: Un método conveniente para calcular las cargas equivalentes para determinar la excentricidad del tendón en la longitud de la viga (después de la Referencia 5).