

A Lower Bound to the Shear Strength of RC Beams and One-Way Members without Shear Reinforcement

by Santiago Pujol, Carlos E. Ospina, and Charles Kerby

In 1927, after 12 years of work and 131 tests, F.E. Richart wrote: “The action of reinforcement to resist diagonal tension is not susceptible to exact analysis.”¹ In the same treatise, Richart wrote that the relationship between stirrup unit stresses f_v and nominal unit shear stress v is

$$v = v_c + r \times f_v \quad (1)$$

where v is the nominal unit shear stress (shear force V divided by the product of effective depth d and web width b); v_c is the fraction of shear resistance attributed to the concrete (denoted as C in the original report); r is the transverse reinforcement ratio (zero for beams with no stirrups); and f_v is the stress in stirrups.

For the concrete strengths considered, Richart observed v_c to vary from 90 to 200 psi at failure, saying “undoubtedly, the value of C depends on the quality of the concrete as well as upon the amounts of longitudinal and web reinforcement.”¹

By 1962, Joint ACI-ASCE Committee 326, Shear and Diagonal Torsion (later changed to 426 and then to 445), had expressed this dependency as

$$v_c = 1.9\sqrt{f'_c} + 2500\rho \frac{V}{M}d \leq 3.5\sqrt{f'_c} \quad (\text{psi}) \quad (2)$$

where ρ is the longitudinal (flexural) reinforcement ratio (ratio of the area of steel in tension to the product of cross-sectional width and effective depth d); V/M is the inverse of shear span a ; and f'_c is the compressive concrete strength obtained from standard (6 x 12 in.) cylinders (in psi).

Joint ACI-ASCE Committee 326 stated that shear strengths measured in beams without stirrups were smaller than strengths calculated with Eq. (2) in nearly 30% of the cases.² For the lowest concrete strength used by Richart in his tests (2400 psi),¹ the first term in Eq. (2) renders nearly 90 psi, matching both Richart’s earlier observation and the maximum

unit shear stress used in allowable-stress design until 1963 for 3000 psi concrete: $0.03f'_c$.

The expression developed by Joint ACI-ASCE Committee 326 and the simplification $v_c = 2\sqrt{f'_c}$ (psi) introduced in a code revision proposed in 1967 were used in the United States until 2019.

In response to collapses of U.S. Air Force warehouses in the 1950s, the 1971 version of ACI 318³ included a requirement for minimum web reinforcement for cases in which the factored shear demand exceeded “one-half of v_c .” Although those collapses were attributed to “a combination of diagonal tension due to dead load and axial tension due to shrinkage and temperature,”⁴ the limit implied that the capacity of reinforced concrete (RC) beams without stirrups could be as low as $1\sqrt{f'_c}$ (psi). This limit has been used successfully in the design of RC beams and one-way slabs since then. Nevertheless, since approximately 1967⁵, there have been concerns about large RC beams and one-way elements (for example, slabs and walls) not required to meet the mentioned minimum. Murray,⁶ McCain,⁷ and Daluga et al.⁸ have summarized works related to the former topic, which have been published often in relation to the term “size effect.” For example, Kani⁵ reported shear strengths of 48 in. deep beams that were ~40% smaller than the strengths of reportedly comparable 16 in. deep beams. Chana⁹ reported shear strengths of ~16 in. deep beams that were ~50% smaller than the strengths of ~2 in. deep beams in which all dimensions, including maximum aggregate size, were scaled in proportion to depth. Later Shioya et al.¹⁰ reported shear strengths of 120 in. deep beams that were ~67% smaller than the strengths of reportedly comparable 8 in. deep beams. Bazant and Kazemi¹¹ reported results from 16 in. deep beams that were ~60% weaker than 1 in. deep specimens made with the same “micro-concrete” mixture. Others followed with similar

conclusions, as summarized by Murray,⁶ McCain,⁷ and Daluga et al.⁸

On the other hand, Taylor¹² observed 39 in. deep beams to be 90% as strong as quarter-size models made by scaling all dimensions, including aggregate size, cover, and bar diameter, by one quarter. Murray,⁶ McCain,⁷ and Daluga et al.⁸ were able to reproduce the observations by Taylor with specimens with depths ranging from 12 to 48 in. Frosch¹³ observed that the inclusion of minimum longitudinal (flexural) reinforcement offsets plausible decreases in v_c attributable to “size” in large RC beams.

Proposals to revise shear design practice in the United States were requested by ACI Committee 318, Structural Concrete Building Code, in the mid-2010s because:

- The majority of the literature spoke of detrimental effects of RC beam size increments;
- It is not always practical to increase cover, bar diameter, bar spacing, and aggregate size in proportion to depth (as Taylor¹² did); and
- It is not always practical to include minimum shear reinforcement in large RC elements.

Six competing proposals produced by international teams of researchers appeared in *Concrete International* in 2017.¹⁴ All six included a multiplier to reduce the nominal shear strength of an RC beam (with no stirrups) tending to zero with increasing effective depth d or total depth h (in inches):

- $\frac{100}{38 + 0.9d}$ from Bentz and Collins¹⁵
- $\frac{2}{\sqrt{1 + d/8}}$ from Cladera et al.¹⁶
- $\frac{1.4}{\sqrt{1 + d/10}}$ from Frosch et al.¹⁷
- $\frac{1}{\sqrt{1 + h/11.8}}$ from Li et al.¹⁸
- $\left(\frac{12}{d}\right)^{1/4}$ from Park and Choi¹⁹
- $\sqrt[3]{\frac{1}{d}}$ from Reineck²⁰

All these multipliers describe more or less the same trend. If used to reduce an assumed strength of $2\sqrt{f'_c}$ at $d = 20$ in., they all tend toward $\sim\sqrt{f'_c}$ for $d = 160$ in. The average of the proposed factors does not deviate much from the multiplier adopted by the selection

committee evaluating the competing proposals: $\frac{1.4}{\sqrt{1 + d/10}}$,

which was later simplified by ACI Committee 318 to $\sqrt{2/(1 + d/10)}$. This multiplier is 1 at $d = 10$ in. The selection committee also decided to adopt the following expression to

estimate shear strength of RC beams and one-way slabs in absence of the assumed size effect: $8\sqrt[3]{\rho}\sqrt{f'_c}$. That produces nearly $2\sqrt{f'_c}$ for $\rho = 1.5\%$. But for effective depths exceeding 10 in. and flexural reinforcement ratios smaller than 1.5%, ACI 318-19²¹ recommends shear strengths smaller than $2\sqrt{f'_c}$ as indicated by the expression

$$v_c = 8\sqrt[3]{\rho}\sqrt{f'_c} \times \sqrt{2/(1 + d/10)} \quad (3)$$

where ρ is the flexural reinforcement ratio.

Equation (3) implies that large RC beams, one-way slabs, and retaining walls with low amounts of flexural reinforcement can have extremely low shear strengths. For example, for a retaining wall with minimum flexural reinforcement ($\rho = 0.18\%$) and $d = 70$ in., the recommended value of v_c produced by Eq. (3) is $\sqrt{f'_c}/2$. That value represents a four-fold reduction in nominal strength relative to $2\sqrt{f'_c}$, which is: a) the value of v_c obtained for $d = 10$ in. and $\rho = 1.5\%$ with the same expression; and b) the value that was used to design structures (large and small) for decades.

The large reductions in nominal shear strength produced by Eq. (3) have caused significant problems for practitioners designing large one-way RC elements used in earth-retaining structures, culverts, tunnels, and hydraulic structures. RC elements in these structures often have large sections and low flexural reinforcement ratios and, as it stands, the process does not converge to sensible solutions. The reductions are so radical that they trigger the question: If shear strength was so badly overestimated before 2019, why have failures in these structures not been observed in the field yet?

In the limit, Eq. (3) implies that v_c tends to zero as ρ decreases and d increases. That seems to make little physical sense because even plain (unreinforced) concrete has some finite resistance to shear. This argument and the other reasons laid out forced a review of the evidence to decide whether Eq. (3) needs a lower bound.

The Evidence

The following are observations related to the need for a lower bound to Eq. (3):

- The most salient observation regarding the reliability of Eq. (3) is that, despite its indication that large elements with minimum flexural reinforcement are unsafe, no failures have been observed in the field. In fact, the estimate $v_c = 2\sqrt{f'_c}$ and the requirement for minimum reinforcement for RC beams in which the shear demand exceeded $\sqrt{f'_c}$ worked well for five decades;
- From the works of Chana,⁹ Taylor,¹² and Daluga et al.,⁸ it follows that, if there is a “size effect” independent of the relative dimensions of cover, bar spacing and diameter, and aggregate, it seems to be much less pronounced for larger beams than it is for beams with depths smaller than ~ 20 in. In larger beams with comparable ratios of cover, bar spacing and diameter, and aggregate size to depth, the unit

shear strength does not seem to vary as sharply with size as it does for small beams and beam models; and

- RC beam shear strength is affected by ρ , aspect ratio a/d , and, at least for larger beams, aggregate size d_{agg} . So, it is prudent to organize the available experimental data into groups of beams with similar values of ρ , a/d , and d_{agg} before judging other plausible trends in test results.

The Data

Joint ACI-ASCE Subcommittee 445-D, Shear & Torsion-Shear Databases, has collected data from nearly 800 tests of RC beams (without stirrups) classified as having failed in shear.²² To focus on a domain of relevance to practice, only a subset of the data is considered here. In this data subset, the flexural reinforcement ratio ρ does not exceed 3%, and the effective depth d is larger than 11 in. (to capture beam specimens with total depths of at least ~1 ft). In addition, the data have been reexamined to report values of shear at failure at a section located at a distance d from the closest support. Other authors in the past have chosen to report shear force at other sections. Joint ACI-ASCE Subcommittee 445-D has calculated the shear at a section along the inclined crack causing failure, but the section at d from the support is the section that would govern the design of a beam with uniform load. Even in RC beams with large cross sections under concentrated applied load, uniform loading caused by self-weight can cause large shear forces near the supports.

Within the stated limits, the available test data include test results from Daluga et al.⁸ that had not been included in the database by Joint ACI-ASCE Subcommittee 445-D, as well as data on large RC beams (also referred to as “slices of one-way slabs”) from four recent tests (one by Collins et al.²³ and three by Moehle²⁴). The tests by Collins et al. and Moehle are the most recent results from tests of deep beams and are highlighted in Fig. 1.

The ranges of critical variables in all considered tests are listed in Table 1.

The trend described by the coefficient $\sqrt{2/(1 + d/10)}$ is close to the average trend for the entire data set but not for the beams with low ρ . In Fig. 1, the highest values of shear

strength on the left side of the plot correspond to beams with large flexural reinforcement ratios, while the low values on the right side correspond to low flexural reinforcement ratios. It is evident that the apparent decrease in shear strength seen in the plot may not be the exclusive result of the plausible effects of increases in size. If one focuses on the data from beams with flexural reinforcement ratios smaller than 0.5% (Fig. 2), the plausible rate of decrease in strength with increasing depth seems to be smaller for larger effective depths. This “decreasing rate of strength decrease” suggests a plausible, or at least pragmatic, asymptote not far from $v_c = 1 \sqrt{f'_c}$ regardless of the aspect ratio a/d .

Within the ranges being considered, the potential trends in the data may also be affected by aggregate size. Tests of otherwise identical beams with different aggregate sizes have produced different measurements of shear strength.⁸ Aggregate size d_{agg} may provide an indication of the ability of the aggregate to span a crack and resist friction along the crack. Crack width, in turn, can be assumed to be proportional to crack spacing, and the spacing between inclined cracks has been reported to be proportional to effective depth d .¹⁵ It

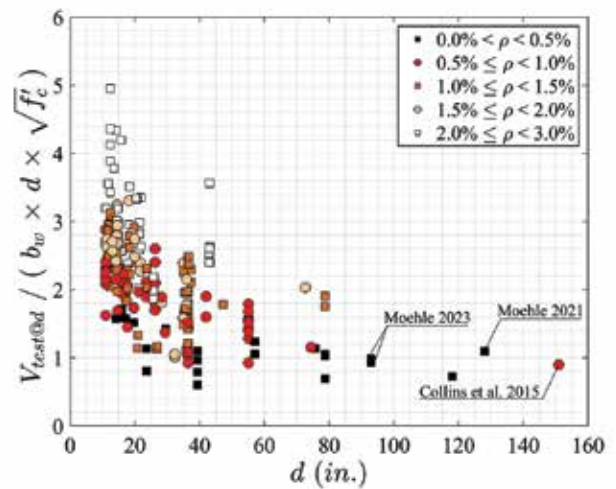


Fig. 1: Measured unit shear strength of beams with $d > 11$ in. and $\rho < 3\%$ versus effective depth d . Symbols represent flexural reinforcement ratios

Table 1:

Ranges of critical variables considered in test results

Variable	Minimum	Maximum	Units
Effective depth d	11	151	in.
Total depth h	12	158	in.
Aspect ratio a/d	2.4	8.1	—
Aggregate size d_{agg}	0.01	1.6	in.
d_{agg}/d	0.004	0.18	—
Concrete strength f'_c	1780	14,000	psi
Flexural reinforcement ratio ρ	0.14	2.88	%

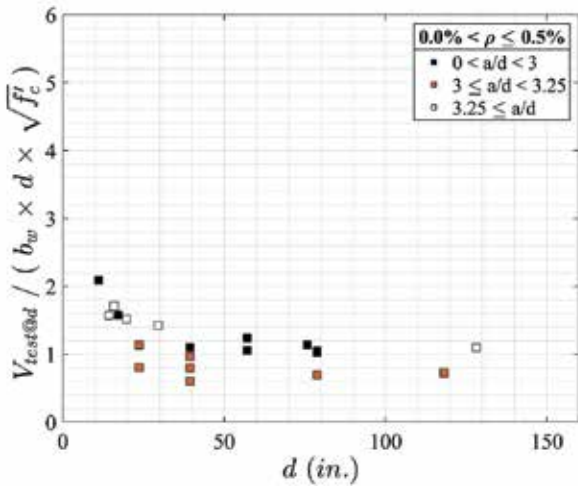
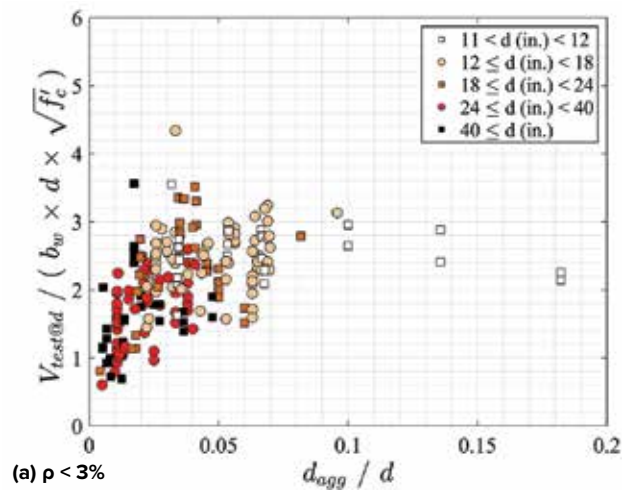
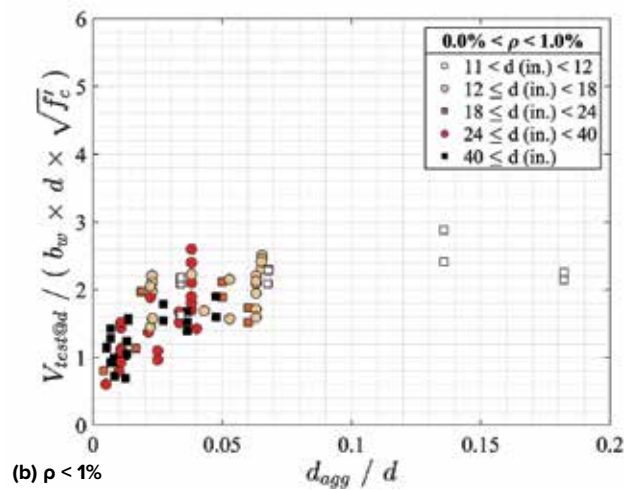


Fig. 2: Measured unit shear strength of RC beams with $d > 11$ in. and $\rho < 0.5\%$ versus effective depth d . Symbols represent the aspect ratio a/d



(a) $\rho < 3\%$



(b) $\rho < 1\%$

Fig. 3: Measured unit shear strength of RC beams with $d > 11$ in. versus ratio of maximum aggregate size d_{agg} to effective depth d . Symbols represent effective depth

follows that the ratio d_{agg}/d can serve as a measure of frictional strength along inclined cracks or “aggregate interlock.”

The test data shown in Fig. 3(a) suggest that there may be correlation between relative aggregate size and shear strength at least for RC beams with depths exceeding 2 ft. Focusing on beams with lower flexural reinforcement ratios (Fig. 3(b)) leads to a similar conclusion.

Given the possibility that aggregate size may affect the shear strength of large beams, it is prudent to revisit the apparent trend between shear strength and d considering differences in relative aggregate size. Figure 4 shows that the high values of shear strength represented by symbols on the left side of the plot not only correspond to test beams with high flexural reinforcement ratios, but they also correspond to beams with relatively large aggregates. The most critical elements may therefore be large members with smaller aggregates and less longitudinal reinforcement, such as beams tested by Shioya et al.,¹⁰ which had 2.5 and 5 mm (0.1 and 0.2 in.) aggregate in 600 and 1000 mm (24 and 39 in.) deep beams with a flexural reinforcement ratio of 0.4%.

Focusing exclusively on test data from such test beams produces the plot in Fig. 5. This plot suggests again that the most critical beams tend to have shear strengths that do not deviate far from $\sqrt{f'_c}$, by and large. This tendency does not seem to change if the data are organized in bins referring to similar a/d values.

It must be admitted, however, that it is difficult to separate the plausible effect of aggregate size from that of depth if the former must be normalized by the latter to evaluate “aggregate interlock.” Nevertheless, it is safer to say that the most critical specimens in the available test data, that is, specimens with the parameters that seem most likely to lead to low shear strengths (large members with low flexural reinforcement ratios and small aggregates), have not had measured strengths much smaller than $\phi\sqrt{f'_c}$, with ϕ being the strength reduction factor for shear (0.75). For the ranges considered here ($\rho < 3\%$ and $d > 11$ in.), only 1.3% (three of 232) of the available test results fall below that threshold. Moreover, the recommended minimum value is consistent with the “floor” defined by ACI 318 in 1971.

An Idealized Construct

If the test data discussed previously are deemed representative and sufficient, we must also ask: How can a lower bound to shear strength of RC members without stirrups be justified? Richart¹ made it clear that a rigorous justification may very well be beyond our reach. But there is a plausible scenario that offers, if nothing else, a frame of reference.

If we assume shear failure occurs only after the first flexural crack forms near a section at d (or $d + c/2$ from face of support, where c is support length) from center of support in beams with rectangular cross sections, no stirrups, and aspect ratios $a/d > 2.5$ (as in the majority of the considered tests), then

$$V_c > S f_f / d \quad (4)$$

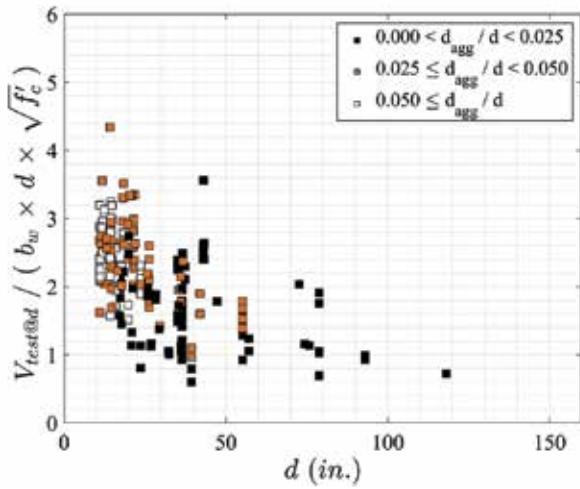


Fig. 4: Measured unit shear strength of beams with $d > 11$ in. and $\rho < 3\%$ versus effective depth d . Symbols represent the ratio of aggregate size to effective depth

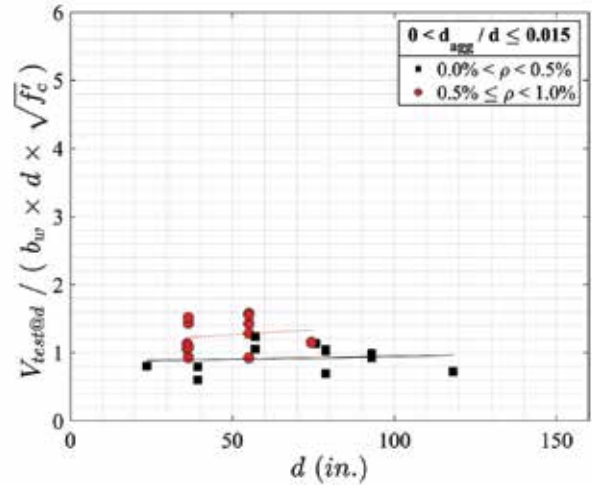


Fig. 5: Measured unit shear strength of RC beams with $d > 11$ in., $\rho < 1\%$, and $d_{agg}/d \leq 0.015$ versus effective depth d . Symbols represent flexural reinforcement ratio. Straight lines represent best-fit linear regressions

where S is the sectional modulus $bh^2/6$ and f_r is the modulus of rupture of concrete.

If f_r is assumed to be $6\sqrt{f'_c}$ (as it is done to estimate the shear strength of prestressed beams), then the unit shear strength $v = V/bd$ should be expected to exceed the limit given by

$$v_c > \frac{h^2}{d^2} \sqrt{f'_c} \quad (5)$$

Assuming the term $\frac{h^2}{d^2}$ (or $\frac{h^2}{(d+c/2)^2}$) approaches 1 in large beams

$$v_c > \sqrt{f'_c} \quad (6)$$

Resistance to shear beyond the limit represented by Eq. (6) is likely to be a function of parameters other than tensile concrete strength (for example, flexural reinforcement ratio, aggregate size, and aspect ratio). In an RC beam with substantial self-weight, the limit represented by Eq. (6) would have to be reduced, but the reduction would be in the order of $150 \text{ lb/ft}^3 \times h/2$. For example, for $h = 10$ ft, $150 \text{ lb/ft}^3 \times h/2 = 5$ psi. This quantity is not critical considering the dispersion in values of tensile strength of concrete that can vary from $\sim 4\sqrt{f'_c}$ to $\sim 12\sqrt{f'_c}$.

Given Eq. (6), it holds that the shear strength of deep RC beams with low flexural reinforcement ratios should be proportional to modulus of rupture or, to be more generic, tensile strength f_t . Figure 6 shows that for the subset of data with $\rho < 1\%$, the inferred proportionality describes a reasonable lower bound to the available data. Part of the scatter in the figure can be assumed to be related to the fact that x coordinates refer to results reported by Joint ACI-ASCE Subcommittee 445-D²² from both flexure-beam and split-

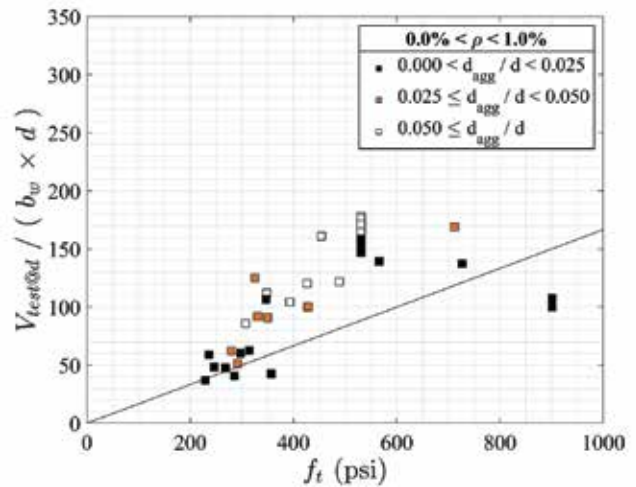


Fig. 6: Measured unit shear strength (psi) of beams with $d > 11$ in. and $\rho < 1\%$ versus tensile strength f_t , measured from split cylinders and flexure beams. The straight line represents the relationship $v = f_t/6$

cylinder tests.

The above is not a demonstration but an indication that a lower bound to v_c independent of aspect ratio, aggregate size, effective depth, and reinforcement ratio may be plausible and/or pragmatic. In addition, decades of successful experience with RC design point in the same direction.

Conclusion

The field evidence, the available test data, and a simple mechanical construct suggest that $1 \times \sqrt{f'_c}$ can be used as a pragmatic lower bound to shear strength of RC beams and one-way slabs without transverse reinforcement at least within the ranges listed in Table 1. As a consequence, and at the request of ACI Subcommittee 318-F, Foundations, ACI

Committee 318 has evaluated and agreed to adopt this limit on the estimated shear strength of RC beams and one-way elements without shear reinforcement.

References

1. Richart, F.E., "An Investigation of Web Stresses in Reinforced Concrete Beams," *University of Illinois Bulletin*, V. XXIV, No. 43, June 21, 1927, 106 pp.
2. Joint ACI-ASCE Committee 326, "Shear and Diagonal Tension," *ACI Journal Proceedings*, V. 59, No. 1, Jan. 1962, pp. 1-30; No. 2, Feb. 1962, pp. 277-334; and No. 3, Mar. 1962, pp. 353-396.
3. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1971, 78 pp.
4. Elstner, R.C., and Hognestad, E., "Laboratory Investigation of Rigid Frame Failure," *ACI Journal Proceedings*, V. 53, No. 1, Jan. 1957, pp. 637-668.
5. Kani, G.N.J., "How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams?" *ACI Journal Proceedings*, V. 64, No. 3, Mar. 1967, pp. 128-141.
6. Murray, M.R., "An Investigation of the Unit Shear Strength of Geometrically Scaled Reinforced Concrete Beams," MS thesis, Purdue University, West Lafayette, IN, 2010, 24 pp.
7. McCain, K.A., "The Effect of Scale on the Resistance of Reinforced Concrete Beams to Shear," MS thesis, Purdue University, West Lafayette, IN, 2012, 24 pp.
8. Daluga, D.; McCain, K.; Murray, M.; and Pujol, S., "Effect of Geometric Scaling on Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Stirrups," *ACI Structural Journal*, V. 115, No. 1, Jan. 2018, pp. 5-14.
9. Chana, P.S., "Some Aspects of Modelling the Behaviour of Reinforced Concrete under Shear Loading," Technical Report No. 543, Cement and Concrete Association, Wexham Springs, Slough, UK, 1981, 22 pp.
10. Shioya, T.; Iguro, M.; Nojiri, Y.; Akiyama, H.; and Okada, T., "Shear Strength of Large Reinforced Concrete Beams," *Fracture Mechanics: Application to Concrete*, SP-118, V.C. Li and Z.P. Bazant, eds., American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1990, pp. 259-280.
11. Bazant, Z.P., and Kazemi, M.T., "Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beams without Stirrups," *ACI Structural Journal*, V. 88, No. 3, May-June 1991, pp. 268-276.
12. Taylor, H.P.J., "Shear Strength of Large Beams," *Journal of the Structural Division*, V. 98, No. 11, 1972, pp. 2473-2490.
13. Frosch, R.J., "Behavior of Large-Scale Reinforced Concrete Beams with Minimum Shear Reinforcement," *ACI Structural Journal*, V. 97, No. 6, Nov.-Dec. 2000, pp. 814-820.
14. Belarbi, A.; Kuchma, D.A.; and Sanders, D.H., "Proposals for New One-Way Shear Equations for the 318 Building Code," *Concrete International*, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 29-32.
15. Bentz, E.C., and Collins, M.P., "Updating the ACI Shear Design Provisions," *Concrete International*, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 33-38.
16. Cladera, A.; Mari, A.; Bairán, J.M.; Oller, E.; and Ribas, C., "One-Way Shear Design Method Based on a Multi-Action Model," *Concrete International*, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 40-46.
17. Frosch, R.J.; Yu, Q.; Cusatis, G.; and Bazant, Z.P., "A Unified Approach to Shear Design," *Concrete International*, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 47-52.
18. Li, Y.-A.; Hsu, T.T.C.; and Hwang, S.-J., "Shear Strength of Prestressed and Nonprestressed Concrete Beams," *Concrete International*, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 53-57.
19. Park, H.-G., and Choi, K.-K., "Unified Shear Design Method of Concrete Beams Based on Compression Zone Failure Mechanism," *Concrete International*, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 59-63.
20. Reineck, K.-H., "Proposal for ACI 318 Shear Design," *Concrete International*, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 65-70.
21. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2019, 624 pp.
22. Reineck, K.-H.; Kuchma, D.A.; Kim, K.S.; and Marx, S., "Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement," *ACI Structural Journal*, V. 100, No. 2, Mar.-Apr. 2003, pp. 240-249.
23. Collins, M.P.; Bentz, E.C.; Quach, P.T.; and Proestos, G.T., "The Challenge of Predicting the Shear Strength of Very Thick Slabs," *Concrete International*, V. 37, No. 11, Nov. 2015, pp. 29-37.
24. Moehle, J., personal communication, July 26, 2023.

Selected for reader interest by the editors.



Santiago Pujol, FACI, is a Professor of civil engineering at the University of Canterbury, Christchurch, New Zealand. He is Chair of ACI Committee 133, Disaster Reconnaissance and Vice Chair of Joint ACI-ASCE Subcommittee 445-B, Shear & Torsion-Seismic Shear. He is also a member of ACI Committee 314, Simplified Design of Concrete Buildings; Joint ACI-ASCE Committee 445, Shear and Torsion; and ACI Subcommittees 318-F, Foundations, and 318-1W, Wind Provisions.



Carlos E. Ospina, FACI, is Principal and Vice President with Simpson Gumpertz & Heger in Houston, TX, USA. He is Chair of ACI Subcommittee 318-F, Foundations, and a member of multiple ACI committees, including ACI Committee 318, Structural Concrete Building Code, and Joint ACI-ASCE Committee 445, Shear and Torsion.



ACI member **Charles Kerby** is a PhD Candidate in civil engineering at the University of Canterbury. He received his BS and MS from Purdue University, West Lafayette, IN, USA.

Un límite inferior para la Resistencia a Cortante de Vigas de Concreto Reforzado y Miembros en una Dirección sin Refuerzo de Cortante

Por Santiago Pujol, Carlos E. Ospina y Charles Kerby

En 1927, después de 12 años de trabajo y 131 pruebas, F.E. Richart escribió: “La acción del refuerzo para resistir la tensión diagonal no es susceptible de análisis exacto”¹. En el mismo tratado, Richart escribió que la relación entre los esfuerzos unitarios del estribo f_v y el esfuerzo cortante unitario nominal v es (Ecuación 1)

$$v = v_c + r \times f_v \quad (1)$$

donde v es el esfuerzo de cortante unitario nominal (fuerza cortante V dividida por el producto de la profundidad efectiva d y el ancho del nervio b); v_c es la contribución a la resistencia a cortante atribuida al concreto (denotada como C en el informe original); r es la contribución de los estribos (cero para vigas sin estribos); y f_v es el esfuerzo en los estribos.

Para las resistencias de concreto consideradas, Richart observó que v_c variaba de 90 a 200 psi en la falla, diciendo que “indudablemente, el valor de C depende de la calidad del concreto, así como de las cantidades de refuerzo longitudinal y del alma”¹.

En 1962, el Comité Conjunto ACI-ASCE 326, Cortante y Torsión Diagonal (más tarde cambiado a 426 y luego a 445), había expresado esta dependencia como

$$v_c = 1.9\sqrt{f'_c} + 2500\rho \frac{V}{M}d \leq 3.5\sqrt{f'_c} \quad (\text{psi}) \quad (2)$$

donde ρ es la cuantía de refuerzo (por flexión) longitudinal (relación entre el área de acero en tracción y el producto del ancho y la profundidad efectiva d de la sección transversal); V/M es el inverso de la longitud de cortante a ; y f'_c es la resistencia a la compresión del concreto obtenida de probetas cilíndricas estándar (6 x 12 pulg.) (en psi).

El Comité Conjunto ACI-ASCE 326 declaró que las resistencias a cortante medidas en vigas sin estribos eran menores que las resistencias

calculadas con la ecuación 2 en casi el 30% de los casos². Para la resistencia más baja del concreto utilizada por Richart en sus pruebas (2,400 psi)¹, el primer término en la ecuación 2 resulta en casi 90 psi, coincidiendo tanto con la observación anterior de Richart como con el esfuerzo unitario de cortante máximo utilizado en el diseño por esfuerzos admisibles hasta 1963 para concreto de 3,000 psi: $0.03f'_c$.

La expresión desarrollada por el Comité Conjunto ACI-ASCE 326 y la simplificación $v_c = 2\sqrt{f'_c}$ (psi) incluida en la revisión del código propuesta en 1967 se utilizaron en los Estados Unidos hasta 2019.

En respuesta a los colapsos de los almacenes de la Fuerza Aérea de los EE. UU. en la década de 1950, la versión de 1971 del ACI 318³ incluyó un requisito de refuerzo de alma mínimo para los casos en que la demanda de cortante factorizado excediera “la mitad de v_c ”. Aunque esos colapsos se atribuyeron a “una combinación de tracción diagonal debido a la carga muerta y tracción axial debido a la contracción y temperatura”⁴, el límite implicaba que la capacidad de las vigas de concreto reforzado sin estribos podía ser tan baja como $1\sqrt{f'_c}$ (psi). Este límite se ha utilizado con éxito en el diseño de vigas de concreto reforzado y losas en una dirección desde entonces. Sin embargo, desde aproximadamente 1967⁵, ha habido preocupaciones sobre las vigas de concreto reforzado de gran tamaño y los elementos en una dirección (por ejemplo, losas y muros) sin el requisito mínimo mencionado. Murray⁶, McCain⁷, y Daluga et al.⁸ han resumido trabajos relacionados con el tema antes mencionado, que han sido publicados a menudo en relación con el término “efecto de tamaño”. Por ejemplo, Kani⁵ reportó resistencias al cortante de vigas con 48 pulg. de profundidad ~40% menor a las resistencias de vigas con 16 pulg. de profundidad. Chana⁹ reportó resistencias al cortante de vigas con ~16 pulg. de profundidad ~50% menor a las resistencias de vigas con ~2 pulg. de profundidad en las que todas las dimensiones, incluido el tamaño máximo de los áridos, se escalaron en proporción a la profundidad. Más tarde, Shioya et al.¹⁰ reportaron resistencias al cortante de vigas con 120 pulg. de profundidad ~67% menor a las resistencias de vigas de 8 pulg. de profundidad. Bazant y Kazemi¹¹ informaron resultados de vigas con 16 pulg. de profundidad que eran ~60% más frágiles que especímenes de 1 pulg. de profundidad fabricadas con la misma mezcla de “micro concreto”. Otros siguieron estos estudios con conclusiones similares a los resumidos por Murray⁶, McCain⁷, y Daluga et al.⁸

Por otro lado, Taylor¹² observó en vigas con 39 pulg. de profundidad una resistencia del 90% al igual

que los modelos escalando todas las dimensiones, incluido el tamaño del agregado, recubrimiento y el diámetro de la barra, por un cuarto. Murray⁶, McCain⁷, y Daluga et al.⁸ lograron reproducir las observaciones de Taylor con especímenes con profundidades que oscilaban entre 12 y 48 pulgadas. Frosch¹³ observó que la inclusión de refuerzo a flexión longitudinales mínimos compensa disminuciones razonables en v_c atribuibles al “tamaño” en vigas de concreto reforzado de gran tamaño.

A mediados de la década del 2010, el comité del ACI 318, Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural, recibió propuestas para modificar el procedimiento de diseño por cortante. Esto debido a:

- La mayor parte de la bibliografía habla de los efectos negativos de los incrementos del tamaño de sección transversal del concreto reforzado.
- No siempre es práctico incrementar el recubrimiento, diámetro de la barra, espaciamiento entre barras y el tamaño del agregado en proporción a la profundidad (como lo hizo Taylor¹²).
- No siempre es práctico incluir un refuerzo de cortante mínimo en elementos concreto reforzado de gran tamaño.

Seis propuestas producidas por equipos de investigación internacionales compitieron y fueron publicadas por el Concrete International en 2017¹⁴. Las seis propuestas incluyeron un multiplicador para reducir la resistencia al cortante nominal de una viga de concreto reforzado (sin estribos) tendiendo a cero con incremento en la altura efectiva d o la altura total h (en pulgadas):

- $\frac{100}{38+0.9d}$ por Bentz y Collins¹⁵
- $\frac{2}{\sqrt{1+d/8}}$ por Cladera et al.¹⁶
- $\frac{1.4}{\sqrt{1+d/10}}$ por Frosch et al.¹⁷
- $\frac{1}{\sqrt{1+h/11.8}}$ por Li et al.¹⁸
- $\left(\frac{12}{d}\right)^{1/4}$ por Park y Choi¹⁹
- $\sqrt[3]{\frac{1}{d}}$ por Reineck²⁰

Todos estos multiplicadores describen más o menos la misma tendencia. Si se usan para reducir una resistencia asumida de $2\sqrt{f'_c}$ en vigas con $d = 20$ pulg., todos los métodos tienden a $\sim\sqrt{f'_c}$ para $d = 160$ pulg. El promedio de los factores propuestos no se desvía considerablemente del multiplicador adoptado por el comité de selección

evaluando las propuestas competidoras: $\frac{1.4}{\sqrt{1+d/10}}$,

que posteriormente fue simplificado por el Comité ACI 318 a $\sqrt{2/(1+d/10)}$. Este multiplicador es 1 para un valor $d = 10$ pulg. El comité de selección también decidió adoptar la siguiente expresión para estimar la resistencia a cortante de vigas de concreto reforzado y losas en una dirección en ausencia del efecto de tamaño asumido: $8^3\sqrt{\rho}\sqrt{f'_c}$. Eso produce aproximadamente $2\sqrt{f'_c}$ para $\rho = 1.5\%$. Pero para profundidades efectivas superiores a 10 pulg. y relaciones de refuerzo por flexión inferiores a 1.5%, el ACI 318-19²¹ recomienda resistencias al cortante inferiores a $2\sqrt{f'_c}$ como lo indica la expresión

$$v_c = 8^3\sqrt{\rho}\sqrt{f'_c} \times \sqrt{2/(1+d/10)} \quad (3)$$

donde ρ es la cuantía del refuerzo por flexión.

La ecuación 3 implica que las vigas de concreto reforzado de gran tamaño, las losas en una dirección y los muros de contención con bajas cantidades de refuerzo a la flexión pueden tener resistencias a cortante extremadamente bajas. Por ejemplo, para un muro de contención con un refuerzo de flexión mínimo ($\rho = 0.18\%$) y $d = 70$ pulg., el valor recomendado de v_c producido por la ecuación 3 es $\sqrt{f'_c}/2$. Ese valor representa una reducción de cuatro veces la resistencia nominal en relación con $2\sqrt{f'_c}$, la cual es: a) el valor de v_c obtenido para $d = 10$ pulg. y $\rho = 1.5\%$ con la misma expresión; y b) el valor que se utilizó para diseñar estructuras (grandes y pequeñas) por décadas.

Las grandes reducciones en la resistencia nominal al cortante producidas por la ecuación 3 han causado problemas significativos para los profesionales que diseñan elementos de concreto reforzado de gran tamaño en una dirección utilizados en estructuras de contención de tierras, alcantarillas, túneles y estructuras hidráulicas. Los elementos de concreto reforzado en estas estructuras a menudo tienen secciones grandes y bajas relaciones de refuerzo por flexión y, tal como está, el proceso no converge hacia soluciones sensatas. Las reducciones son tan radicales que disparan la pregunta: si la resistencia al corte se sobreestimó antes de 2019, ¿Por qué aún no se han observado fallas en estas estructuras en el campo?.

En el límite, la ecuación 3 implica que v_c tiende a cero a medida que ρ disminuye y d aumenta. Eso parece tener poco sentido físico porque incluso el concreto simple (no reforzado) tiene cierta resistencia finita al cortante. Este argumento y las otras razones mostradas llevó a una revisión de la evidencia para decidir si la ecuación 3 requiere de un límite inferior.

La Evidencia

Las siguientes son observaciones relacionadas con la necesidad de un límite inferior a la ecuación 3:

- La observación más destacada con respecto a la confiabilidad de la ecuación 3 es que, a pesar de su indicación de que los elementos grandes con un refuerzo de flexión mínimo son inseguros, no se han observado fallas en el campo. De hecho, la estimación $v_c = 2\sqrt{f'_c}$ y el requisito de armadura mínima para vigas de concreto reforzado en las que la demanda de cortante excedía $\sqrt{f'_c}$ funcionaron bien por cinco décadas.
- Resultados de los trabajos de Chana⁹, Taylor¹², y Daluga et al.⁸, se deduce que, si hay un “efecto de tamaño” independiente de las dimensiones relativas del recubrimiento, el espaciamiento, el diámetro de las barras y el tamaño del agregado, parece ser mucho menos pronunciado para vigas de gran tamaño que para vigas con profundidades menores a ~20 pulg. En vigas más grandes con relaciones comparables entre la profundidad y el recubrimiento, espaciamiento diámetro de barras y tamaño de agregado, la resistencia a cortante unitaria no parece variar tan bruscamente con el tamaño como lo hace para vigas pequeñas y modelos de vigas.
- La resistencia a cortante de vigas de concreto reforzado se ve afectada por ρ , la relación de proporción a/d y, al menos para vigas más grandes, el tamaño agregado (d_{agg}). Por lo tanto, es prudente organizar los datos experimentales disponibles en grupos de vigas con valores similares de ρ , a/d y d_{agg} antes de juzgar otras tendencias plausibles en los resultados de las pruebas.

Los Datos

Las bases de datos del Subcomité Conjunto ACI-ASCE 445-D, sobre cortante y torsión-cortante, ha recopilado datos de casi 800 pruebas de vigas de concreto reforzado (sin estribos) clasificadas como fallidas por cortante²². Para centrar el enfoque en un dominio de relevancia para la práctica, aquí solo se considera un subconjunto de los datos. En este subconjunto de datos, la relación de refuerzo por flexión ρ no supera el 3% y la profundidad efectiva d es mayor a 11 pulg. (para considerar especímenes de viga con profundidades totales de al menos ~ 1 pie). Además, los datos se han reexaminado para informar de los valores de cortante a la falla en una

sección situada a una distancia d del apoyo más cercano. Otros autores en el pasado han optado por reportar la fuerza cortante en otras secciones. El Subcomité Conjunto ACI-ASCE 445-D ha calculado el cortante en la sección a lo largo de la grieta inclinada que causa falla, pero la sección en d desde el soporte es la sección que gobernaría el diseño de una viga con carga uniforme. Incluso en vigas de concreto reforzado con secciones transversales de gran tamaño bajo la aplicación de carga concentrada, la carga uniforme causada por el peso propio puede causar grandes fuerzas cortantes cerca de los soportes.

Dentro de los límites establecidos, los datos de prueba disponibles incluyen los resultados de las pruebas de Daluga et al.⁸ que no habían sido incluidos en la base de datos por el Subcomité Conjunto ACI-ASCE 445-D, así como datos sobre vigas de concreto reforzado de gran tamaño (también denominadas “rebanadas de losas en una dirección”) de cuatro pruebas recientes (una realizada por Collins et al.²³ y tres por Moehle²⁴). Las pruebas de Collins et al. y Moehle son los resultados más recientes de las pruebas de vigas profundas y se destacan en la Fig. 1.

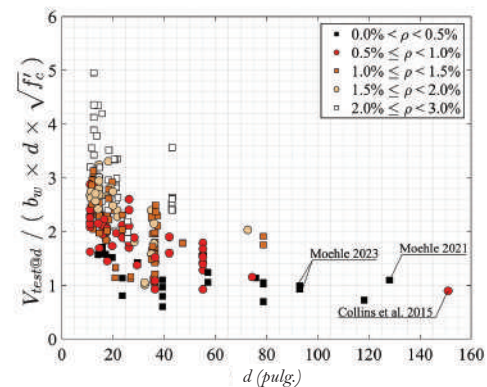


Fig. 1: Resistencia a cortante unitaria medida de vigas con $d > 11$ pulg. y $\rho < 3\%$ frente a la profundidad efectiva d . Los símbolos representan las relaciones de refuerzo por flexión.

Los rangos de variables críticas en todas las pruebas consideradas se enumeran en la Tabla 1.

La tendencia descrita por el coeficiente $\sqrt{2/(1+d/10)}$ es cercana a la tendencia media para todo el conjunto de datos, pero no para las vigas con una cuantía ρ baja. En la Fig. 1, los valores más altos de resistencia a cortante en el lado izquierdo de la gráfica corresponden a vigas con grandes relaciones de refuerzo por flexión, mientras que los valores bajos en el lado derecho corresponden a bajas relaciones de refuerzo por flexión. Es evidente que la aparente disminución de la resistencia observada al cortante en el gráfico puede no ser el resultado exclusivo de los probables efectos de

Tabla 1:
Rangos de variables críticas consideradas en los resultados de los ensayos

Variable	Mínimo	Máximo	Unidades
Profundidad efectiva d	11	151	pulg.
Profundidad total h	12	158	pulg.
Relación a/d	2.4	8.1	—
Tamaño del agregado d_{agg}	0.01	1.6	pulg.
d_{agg}/d	0.004	0.18	—
Resistencia del concreto f'_c	1,780	14,000	psi
Cuantía de refuerzo a flexión ρ	0.14	2.88	%

los aumentos de tamaño. Si nos centramos en los datos de las vigas con relaciones de refuerzo por flexión inferiores al 0.5% (Fig. 2), la tasa probable de disminución de la resistencia con el aumento de la profundidad parece ser menor para las profundidades efectivas más grandes. Esta “tasa decreciente de disminución del esfuerzo” sugiere una probable, o al menos pragmática, asíntota no muy lejos de $v_c = 1\sqrt{f'_c}$ independientemente de la relación de aspecto a/d .

Dentro de los rangos que se están considerando, las tendencias potenciales de los datos también pueden verse afectadas por el tamaño del agregado. Las pruebas de vigas idénticas con diferentes tamaños de agregado han producido diferentes mediciones de resistencia al cortante⁸. El tamaño del agregado d_{agg} puede proporcionar una indicación de la capacidad del agregado para atravesar una grieta y resistir la fricción a lo largo de la grieta. A su vez, se puede suponer que el ancho de la grieta es proporcional al espaciado de las grietas, y se ha informado que el espaciado entre las grietas inclinadas es proporcional a la profundidad efectiva d ¹⁵. De ello se deduce que la relación d_{agg}/d puede servir como una medida de la resistencia a la fricción a lo largo de las grietas inclinadas o “trabazón del agregado”.

Los datos de los ensayos que se muestran en la Fig. 3(a) sugieren que puede haber una correlación entre el tamaño relativo del agregado y la resistencia al cortante, al menos para vigas de concreto reforzado con profundidades superiores a 2 pies. Si nos centramos en las vigas con relaciones de refuerzo por flexión más bajas (Fig. 3(b)) se llega a una conclusión similar.

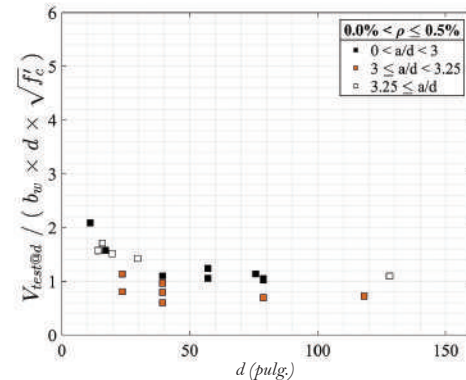
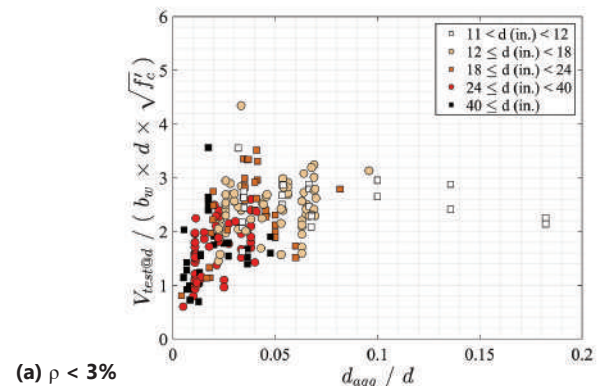
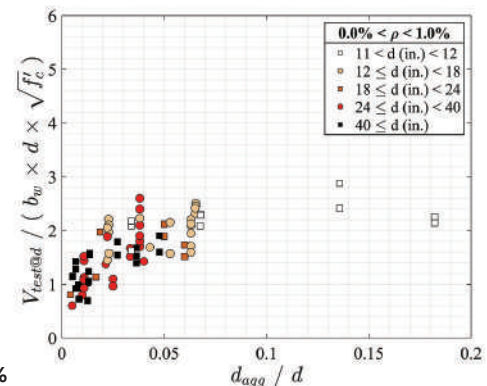


Fig. 2: Resistencia unitaria al cortante medida de vigas de concreto reforzado con $d > 11$ pulg. y $\rho < 0,5\%$ frente a la profundidad efectiva d . Los símbolos representan la relación de aspecto a/d .



(a) $\rho < 3\%$



(b) $\rho < 1\%$

Fig. 3: Resistencia al cortante unitaria medida de vigas de concreto reforzado con $d > 11$ pulg. frente a la relación entre el tamaño máximo del agregado d_{agg} y la profundidad efectiva d . Los símbolos representan la profundidad efectiva.

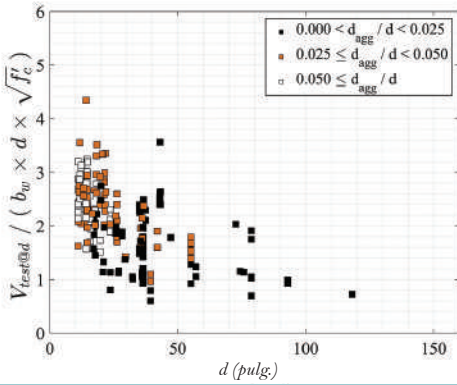


Fig. 4: Resistencia a cortante unitaria medida de vigas con $d > 11$ pulg. y $\rho < 3\%$ frente a la profundidad efectiva d . Los símbolos representan la relación entre el tamaño del agregado y la profundidad efectiva.

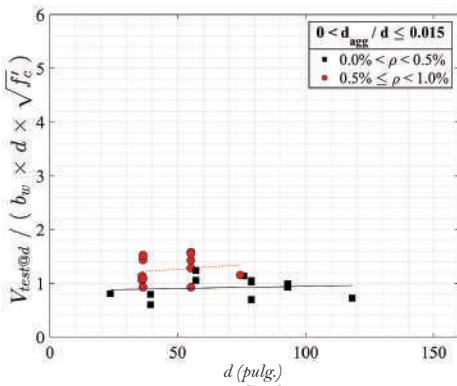


Fig. 5: Resistencia a la cortante unitaria medida de vigas de concreto reforzado con $d > 11$ pulg., $\rho < 1\%$ y $d_{agg}/d \leq 0.015$ frente a la profundidad efectiva d . Los símbolos representan la relación de refuerzo por flexión. Las líneas rectas representan las regresiones lineales que mejor se ajustan.

Dada la posibilidad de que el tamaño de los agregados pueda afectar la resistencia a cortante de vigas de gran tamaño, es prudente revisar la tendencia aparente entre la resistencia a corte y d considerando las diferencias en el tamaño relativo de los agregados. La Figura 4 muestra que los altos valores de resistencia a cortante representados por símbolos en el lado izquierdo de la gráfica no solo corresponden a vigas de prueba con altas cuantía de refuerzo por flexión, sino que también corresponden a vigas con agregados relativamente grandes. Por lo tanto, los elementos más críticos pueden ser miembros grandes con agregados más pequeños y menos refuerzo longitudinal, como las vigas ensayadas por Shioya et al.,¹⁰ que tenían agregados de 2.5 y 5 mm (0.1 y 0.2 pulgadas) en vigas de 600 y 1,000 mm (24 y 39 pulgadas) de profundidad con una cuantía de refuerzo por flexión del 0.4%.

Si nos centramos exclusivamente en los datos de ensayos de las vigas evaluadas, obtenemos el gráfico de la Fig. 5. Este gráfico sugiere

nuevamente que las vigas más críticas tienden a tener resistencias a cortante que no se desvían mucho en general de $\sqrt{f'_c}$. Esta tendencia no parece cambiar si los datos se organizan en casillas que hacen referencia a valores a/d similares.

Debe admitirse, sin embargo, que es difícil separar el probable efecto del tamaño del agregado y de la profundidad si el primero debe ser normalizado por el segundo para evaluar la “trabazón del agregado”. Sin embargo, es más seguro decir que las probetas más críticas en los datos de prueba disponibles, es decir, las probetas con los parámetros que parecen más probables de conducir a bajas resistencias al cortante (miembros de gran tamaño con bajas cuantía de refuerzo por flexión y agregados pequeños), no han tenido resistencias medidas mucho menores que $\phi\sqrt{f'_c}$, siendo ϕ el factor de reducción de la resistencia al cortante (0.75). Para los rangos considerados aquí ($\rho < 3\%$ y $d > 11$ pulgadas), sólo el 1.3% (tres de 232) de los resultados de las pruebas disponibles caen por debajo de ese umbral. Además, el valor mínimo recomendado es coherente con el “límite inferior” definido por ACI 318 en 1971.

Una construcción idealizada

Si los datos de prueba discutidos anteriormente se consideran representativos y suficientes, también debemos preguntarnos: ¿cómo se puede justificar un límite inferior a la resistencia al corte de los miembros de concreto reforzado sin estribos? Richart¹ dejó claro que una justificación rigurosa puede estar fuera de nuestro alcance, pero hay un escenario plausible que ofrece, al menos, un marco de referencia.

Si asumimos que la falla a cortante ocurre sólo después de que se forma la primera grieta por flexión cerca de una sección en d (o $d + c/2$ desde la cara del apoyo, donde c es la longitud del apoyo) desde el centro del apoyo en vigas con secciones transversales rectangulares, sin estribos y relaciones de proporción $a/d > 2.5$ (como en la mayoría de las pruebas consideradas), entonces

$$V_c > S f_r / d \quad (4)$$

donde S es el módulo seccional $bh^2/6$ y f_r es el módulo de rotura del concreto.

Si se supone que f_r es $6\sqrt{f'_c}$ (como se hace para estimar la resistencia a cortante de las vigas pretensadas), entonces se debe esperar que la

resistencia a cortante unitaria $v = V/bd$ exceda el límite dado por

$$v_c > \frac{h^2}{d^2} \sqrt{f'_c} \quad (5)$$

Asumiendo el término $\frac{h^2}{d^2}$ (or $\frac{h^2}{(d + c/2)^2}$) se

acerca a 1 en vigas de gran tamaño. Entonces:

$$v_c > \sqrt{f'_c} \quad (6)$$

Es probable que la resistencia al cortante más allá del límite representado por la ecuación 6 sea una función de parámetros diferentes de la resistencia a la tracción del concreto (por ejemplo, la cuantía de refuerzo por flexión, el tamaño del agregado y la relación de proporción). En una viga de concreto reforzado con peso propio sustancial, el límite representado por la ecuación 6 tendría que reducirse, pero la reducción sería del orden de $150 \text{ lb/pies}^3 \times h/2$. Por ejemplo, para $h = 10$ pies, $150 \text{ lb/pies}^3 \times h/2 = 5$ psi. Esta cantidad no es crítica teniendo en cuenta la dispersión en los valores de resistencia a la tracción del concreto que puede variar de $\sim 4\sqrt{f'_c}$ a $\sim 12\sqrt{f'_c}$.

Dada la ecuación 6, sostiene que la resistencia a cortante de las vigas de concreto reforzado profundas con bajas cuantías de refuerzo a la flexión debe ser proporcional al módulo de ruptura o, para ser más genérico, a la resistencia a la tracción f_t . La Figura 6 muestra que para el subconjunto de datos con $\rho < 1\%$, la proporcionalidad inferida describe un límite inferior razonable con respecto a los datos disponibles. Se puede suponer que parte de la dispersión en la figura está relacionada con el hecho de que las coordenadas "x" se refieren a los resultados informados por el Subcomité Conjunto ACI-ASCE 445-D²² de las pruebas de viga y cilindro a flexión.

Lo anterior no es una demostración, sino una indicación de que un límite inferior a v_c independiente de la relación de proporción, el tamaño del agregado, la profundidad efectiva y la cuantía de refuerzo puede ser válido y/o pragmático. Además, décadas de experiencia exitosa con el diseño de concreto reforzado apuntan en la misma.

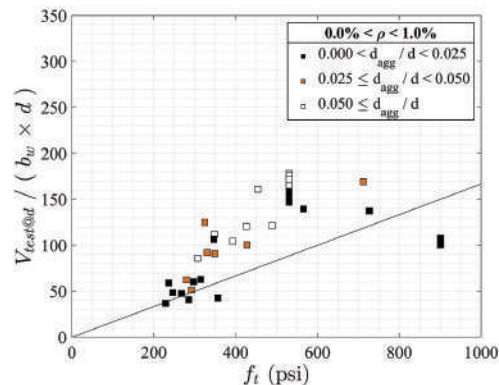


Fig. 6: Resistencia unitaria a cortante (psi) de vigas con $d > 11$ pulg. y $\rho < 1\%$ contra la resistencia a la tracción f_t medida de cilindros y vigas de flexión. La línea recta representa la relación $v = f_t/6$.

Conclusión

La evidencia de campo, los datos de prueba disponibles y una construcción mecánica simple sugieren que $1 \times \sqrt{f'_c}$ se puede usar como un límite inferior pragmático para la resistencia a cortante de vigas de concreto reforzado y losas en una dirección sin estribos al menos dentro de los rangos enumerados en la Tabla 1. Como consecuencia, y a solicitud del Subcomité 318-F de ACI para Cimentaciones, el Comité 318 de ACI ha evaluado y acordado adoptar este límite en la resistencia a cortante estimada de vigas de concreto reforzado y elementos en una dirección sin armadura de cortante.

Referencias

1. Richart, F.E., "An Investigation of Web Stresses in Reinforced Concrete Beams," University of Illinois Bulletin, V. XXIV, No. 43, June 21, 1927, 106 pp.
2. Joint ACI-ASCE Committee 326, "Shear and Diagonal Tension," ACI Journal Proceedings, V. 59, No. 1, Jan. 1962, pp. 1-30; No. 2, Feb. 1962, pp. 277-334; and No. 3, Mar. 1962, pp. 353-396.
3. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1971, 78 pp.
4. Elstner, R.C., and Hognestad, E., "Laboratory Investigation of Rigid Frame Failure," ACI Journal Proceedings, V. 53, No. 1, Jan. 1957, pp. 637-668.
5. Kani, G.N.J., "How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams?" ACI Journal Proceedings, V. 64, No. 3, Mar. 1967, pp. 128-141.
6. Murray, M.R., "An Investigation of the Unit Shear Strength of Geometrically Scaled Reinforced Concrete Beams," MS thesis, Purdue University, West Lafayette, IN, 2010, 24 pp.

7. McCain, K.A., "The Effect of Scale on the Resistance of Reinforced Concrete Beams to Shear," MS thesis, Purdue University, West Lafayette, IN, 2012, 24 pp.
8. Daluga, D.; McCain, K.; Murray, M.; and Pujol, S., "Effect of Geometric Scaling on Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Stirrups," ACI Structural Journal, V. 115, No. 1, Jan. 2018, pp. 5-14.
9. Chana, P.S., "Some Aspects of Modelling the Behaviour of Reinforced Concrete under Shear Loading," Technical Report No. 543, Cement and Concrete Association, Wexham Springs, Slough, UK, 1981, 22 pp.
10. Shioya, T.; Iguro, M.; Nojiri, Y.; Akiyama, H.; and Okada, T., "Shear Strength of Large Reinforced Concrete Beams," Fracture Mechanics: Application to Concrete, SP-118, V.C. Li and Z.P. Bažant, eds., American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1990, pp. 259-280.
11. Bažant, Z.P., and Kazemi, M.T., "Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beams without Stirrups," ACI Structural Journal, V. 88, No. 3, May-June 1991, pp. 268-276.
12. Taylor, H.P.J., "Shear Strength of Large Beams," Journal of the Structural Division, V. 98, No. 11, 1972, pp. 2473-2490.
13. Frosch, R.J., "Behavior of Large-Scale Reinforced Concrete Beams with Minimum Shear Reinforcement," ACI Structural Journal, V. 97, No. 6, Nov.-Dec. 2000, pp. 814-820.
14. Belarbi, A.; Kuchma, D.A.; and Sanders, D.H., "Proposals for New One-Way Shear Equations for the 318 Building Code," Concrete International, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 29-32.
15. Bentz, E.C., and Collins, M.P., "Updating the ACI Shear Design Provisions," Concrete International, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 33-38.
16. Cladera, A.; Marí, A.; Bairán, J.M.; Oller, E.; and Ribas, C., "One-Way Shear Design Method Based on a Multi-Action Model," Concrete International, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 40-46.
17. Frosch, R.J.; Yu, Q.; Cusatis, G.; and Bažant, Z.P., "A Unified Approach to Shear Design," Concrete International, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 47-52.
18. Li, Y.-A.; Hsu, T.T.C.; and Hwang, S.-J., "Shear Strength of Prestressed and Nonprestressed Concrete Beams," Concrete International, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 53-57.
19. Park, H.-G., and Choi, K.-K., "Unified Shear Design Method of Concrete Beams Based on Compression Zone Failure Mechanism," Concrete International, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 59-63.
20. Reineck, K.-H., "Proposal for ACI 318 Shear Design," Concrete International, V. 39, No. 9, Sept. 2017, pp. 65-70.
21. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2019, 624 pp.
22. Reineck, K.-H.; Kuchma, D.A.; Kim, K.S.; and Marx, S., "Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement," ACI Structural Journal, V. 100, No. 2, Mar.-Apr. 2003, pp. 240-249.
23. Collins, M.P.; Bentz, E.C.; Quach, P.T.; and Proestos, G.T., "The Challenge of Predicting the Shear Strength of Very Thick Slabs," Concrete International, V. 37, No. 11, Nov. 2015, pp. 29-37.
24. Moehle, J., personal communication, July 26, 2023.

Santiago Pujol, FACI, es profesor de ingeniería civil en la Universidad de Canterbury, Christchurch, Nueva Zelanda. Es presidente del Comité 133 de ACI, Reconocimiento de Desastres y vicepresidente del Subcomité Conjunto ACI-ASCE 445-B, Cortante y Torso-Cortante Sísmico. También es miembro del Comité 314 de ACI, Diseño Simplificado de Edificios de Concreto; Comité Conjunto ACI-ASCE 445, Cortante y Torsión; y los Subcomités 318-F de la ACI, Fundaciones, y 318-1W, Disposiciones sobre vientos.



Carlos E. Ospina, FACI, es director y vicepresidente de Simpson Gumpertz & Heger en Houston, TX, EE. UU. Es presidente del Subcomité 318-F de ACI, Fundaciones, y miembro de múltiples comités de ACI, incluido el Comité 318 de ACI, Código de Construcción de Concreto Estructural, y el Comité Conjunto ACI-ASCE 445, Cortante y Torsión.



Charles Kerby, miembro de ACI, es candidato a doctorado en ingeniería civil en la Universidad de Canterbury. Recibió su licenciatura y maestría de la Universidad de Purdue, West Lafayette, IN, EE. UU.



Título original en inglés:
A Lower Bound to the Shear Strength of RC Beams and One-Way Members without Shear Reinforcement

La traducción de este artículo correspondió al Capítulo de República Dominicana



Traductor:
Ing. Héctor Rojas



Revisores Técnicos:
Ing. Piero Caputo



Dr. Fray Pozo