

# Converting Core Strengths to Equivalent Specified Concrete Strengths

by F. Michael Bartlett

**A**CI PRC-214.4-21, “Obtaining Cores and Interpreting Core Strength Results—Guide,”<sup>1</sup> presents two methods for converting concrete core strength test results into equivalent specified strengths for evaluating the capacity of an existing structure. The tolerance factor method, based on a noncentral *t* distribution, computes a lower-fractile strength accounting for the variability of both the sample mean and the sample standard deviation.<sup>2</sup> This approach is not robust if there are undetected low outliers in the data set<sup>3</sup> and, because core tests tend to overestimate the variability of in-place strengths, an alternate method<sup>4</sup> is also provided. ACI CODE-562-21, “Assessment, Repair and Rehabilitation of Existing Concrete Structures—Code and Commentary,”<sup>5</sup> requires that the equivalent specified concrete strength be computed using a simplified version of the alternate method.<sup>6</sup>

The alternate method assumes coefficients of variation due to in-place strength variability within the structure that “are for concrete produced, placed, and protected in accordance with normal industry practice and may not pertain to concrete produced to high or low standards of quality control.”<sup>1</sup> Concerns have been raised that the actual within-structure strength variability may exceed these assumed values, making the application of the alternate method unsafe, particularly for older structures constructed to less stringent industry practices.

The objective of the research presented in this paper is to investigate the applicability of these methods for determining equivalent specified concrete strengths using core test data.

## Underlying Probabilistic Basis

Numerical simulation is carried out assuming the in-place strengths are normally distributed (for example, refer to Bartlett and MacGregor<sup>4</sup>). It is further assumed that variability attributable to acceptable deviations from standardized testing procedures that can cause the measured standard deviation of core strength tests to exceed the true in-place strength

variation is negligible. In other words, it is assumed that the apparent variability of the in-place strength is not increased by additional variability attributable to core testing.

It is further assumed that the specified concrete strength  $f'_c$  represents the 13% fractile of the in-place concrete compressive strength.<sup>4</sup> Thus, the mean in-place strength  $\bar{f}_{ip}$  can be computed from this fractile value, as shown schematically in Fig. 1, as

$$\bar{f}_{ip} = f'_c + 1.126 s_{ip} \quad (1)$$

where  $s_{ip}$  is the standard deviation of the in-place strength. The ratio of the mean in-place strength to the specified concrete strength  $\bar{f}_{ip} / f'_c$  can also be expressed in terms of the coefficient of variation of the in-place strengths  $V_{ip}$  as

$$\frac{\bar{f}_{ip}}{f'_c} = \frac{1}{1 - 1.126 V_{ip}} \quad (2)$$

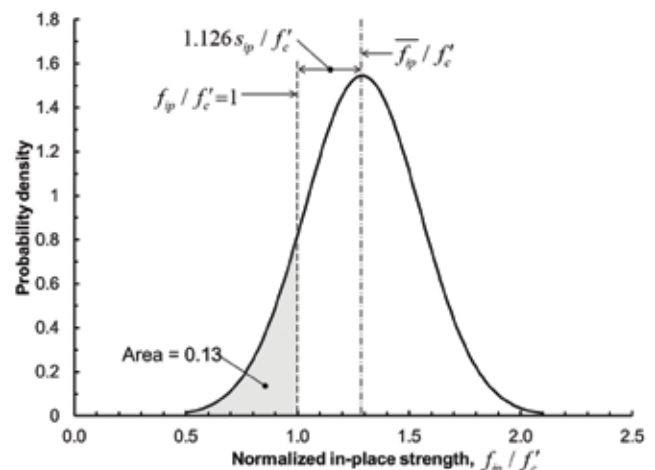


Fig. 1: Probability density of in-place concrete strengths

## Simulation procedure

The simulation procedure involves the following steps:

- 1) Select  $V_{ip}$ ;
- 2) Compute the mean in-place strength as a fraction of the specified strength  $\bar{f}_{ip} / f'_c$  using Eq. (2);
- 3) Generate 1000 sets of 3, 4, 5, 7, 10, and 20 in-place strengths by simulation using the given  $V_{ip}$  from Step 1 and  $\bar{f}_{ip} / f'_c$  from Step 2, assuming the in-place strengths are normally distributed (Fig. 1). Regenerate in-place strengths that are less than zero;
- 4) Convert the in-place strengths to core strengths by increasing the simulated in-place strengths by a factor of 1.06 to account for drilling damage.<sup>4</sup> It is not necessary to apply other core strength correction factors because it is assumed that the simulated core tests are in accordance with the provisions of ASTM C42/C42M-20<sup>7</sup>;
- 5) For each set of 3 to 20 core strengths, compute the equivalent specified strength  $f'_{c,eq}$  using the tolerance factor method for the 10% fractile, with confidence limits of 75, 90, and 95% as

$$f'_{c,eq} = \bar{f}_c - \sqrt{(K s_c)^2 + (Z s_a)^2} \quad (3)$$

where  $\bar{f}_c$  and  $s_c$  are the average value and standard deviation of the core strengths, that, in accordance with ACI PRC-214.4-21, are increased by 6% to account for damage due to drilling. The standard deviation due to the empirical nature of strength correction factors  $s_a$  was taken as  $0.025\bar{f}_c$  because only the strength correction factor for drilling damage is applied. Table 1 summarizes the  $K$  and  $Z$  values for the three confidence levels and numbers of specimens

**Table 1:**  
Statistical parameters  $K$  and  $Z$  for the tolerance factor and alternate methods (based on Table 9.41 and Table 9.4b in ACI PRC-214.4-21<sup>1</sup>)

Factor	$n$	Confidence level		
		75%	90%	95%
Z for use in Eq. (3) and (4)	—	0.67	1.28	1.64
K for use in Eq. (3)	3	2.50	4.26	6.16
	4	2.13	3.19	4.16
	5	1.96	2.74	3.41
	7	1.80	2.305	2.795
	10	1.67	2.06	2.36
	20	1.527	1.723	1.867

**Table 2:**  
Concrete coefficient of variation modification factors  $k_c$  (based on Table 6.4.3.1 in ACI CODE-562-21<sup>5</sup>)

$n$	2	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25 and more
$k_c$	2.4	1.47	1.28	1.20	1.15	1.10	1.08	1.06	1.05	1.03	1.02

considered:  $K$  is the tolerance factor for the 10% fractile value, and  $Z$  is a scaler applied to a standard deviation of a normal distribution to determine the value corresponding to a certain probability of exceedance (or nonexceedance). It is slightly conservative to select the tolerance factor for the 10% fractile value to determine the equivalent specified strength because the actual specified strength is deemed to be the 13%, not 10%, fractile value of the in-place strengths (Eq. (1) and Fig. 1);

- 6) For each set of 3 to 20 core strengths, compute  $f'_{c,eq}$  using Eq. (6.4.3.1) in ACI CODE-562-21

$$f'_{c,eq} = 0.9\bar{f}_c \left[ 1 - 1.28 \sqrt{\frac{(k_c V)^2}{n} + 0.0015} \right] \quad (4)$$

- where  $\bar{f}_c$  is not increased by 1.06 to account for drilling damage, and  $V$  is the coefficient of variation of the core strengths. The concrete coefficient of variation modification factor  $k_c$  depends on the sample size  $n$ , as shown in Table 2;
- 7) For each set of 1000 predicted in-place strengths, compute the normalized equivalent specified strengths  $f'_{c,eq} / f'_c$ , its standard deviation, and other statistics; and
  - 8) Repeat Steps 1 through 7 with  $V_{ip}$  equal to 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, and 0.30.

## Simulation Results

Figure 2 shows the simulation results for 1000 sets of three core specimens where the coefficient of variation of the in-place strength is 0.20. The horizontal axis is  $f'_{c,eq} / f'_c$ , and values greater than 1.0 represent unconservative predictions. The vertical axis is the standard normal variate  $Z$  (see Eq. (3)), and data that are normally distributed plot as a straight line using this scale. The dotted lines are the best linear fits to each data set.

It is noteworthy that many of  $f'_{c,eq} / f'_c$  are less than zero, particularly when the 90 and 95% tolerance factor methods are used. This clearly unrealistic result occurs for cases where the three simulated core strengths yield a low mean and high standard deviation, and application of the large  $K$ -values of 4.26 and 6.16 for  $n = 3$  specimens (Table 1) yields a negative result (Eq. (3)). A case from this simulation is as follows: the core strengths are 4080, 4540, and 6520 psi (28.1, 31.3, and 45.0 MPa), with a mean of 5050 psi (34.8 MPa), a standard deviation of 1300 psi (9.0 MPa), and a coefficient of variation of 0.26. The value of  $f'_{c,eq}$  computed using the tolerance factor method for the 90% confidence level, assuming  $s_a$  of 130 psi (0.9 MPa), is

$$\begin{aligned} f'_{c,eq} &= 5050 - \sqrt{(4.26 \times 1300)^2 + (1.28 \times 130)^2} \\ &= -490 \text{ psi } (-3.4 \text{ MPa}) \end{aligned}$$

Figure 2 also indicates that:

- All methods predict values of  $f'_{c,eq}$  that exceed  $f'_c$  and can be unconservative;
- The data sets plot as reasonably, though not perfectly, linear, indicating that these data can be approximately characterized using normal distributions;
- The mean values, corresponding to  $Z$  of zero, are quite consistent for the 75% tolerance factor and ACI CODE-562-21 methods. The data for the ACI CODE-562-21 method have a steeper slope, which corresponds to a smaller standard deviation and have a smaller probability of being unconservative; and
- The confidence level selected markedly impacts the mean values of the tolerance factor predictions—the mean normalized predicted strengths are approximately 0.75, 0.38, and less than zero for the 75, 90, and 95% confidence levels, respectively.

These observations apply generally to the sample cumulative distribution values obtained for other coefficients of variation of the in-place strengths and for the other sample sizes.

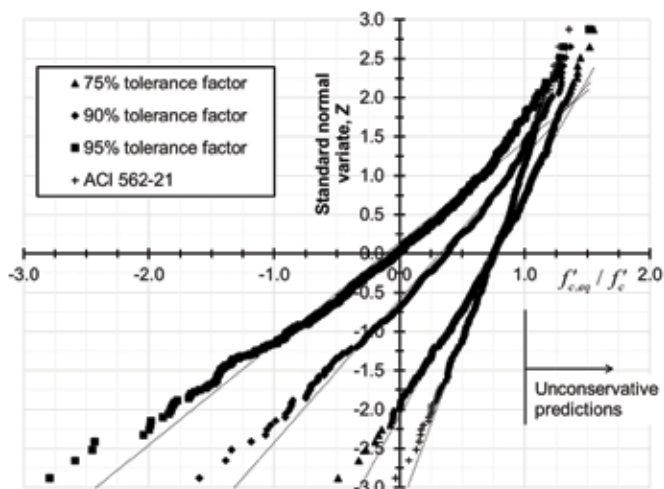


Fig. 2: Sample cumulative distribution graphed on normal probability paper for  $n = 3$  and  $V_{ip} = 0.2$

### Average strengths

Table 3 summarizes the normalized average equivalent specified strengths  $f'_{c,eq} / f'_c$  obtained using the 75% tolerance factor, 90% tolerance factor, and ACI CODE-562-21 methods. For  $V_{ip} = 0.10$ , the 75% tolerance factor method gives higher average values than the other two methods. The average normalized strength obtained using the 90% tolerance factor method is markedly less than that obtained using the other two methods, particularly for higher  $V_{ip}$  values and smaller sample sizes. For  $V_{ip} = 0.3$  and  $n = 3$ ,  $f'_{c,eq} / f'_c$ , obtained using the 90% tolerance factor method, is less than zero.

### Likelihood of predicted values exceeding

Table 4 summarizes the probabilities that the equivalent specified strength value predicted using the 75% tolerance factor, 90% tolerance factor, and ACI CODE-562-21 methods is greater than  $f'_c$  and so unconservative. These probabilities are computed from the mean and standard deviation of the normalized predicted strength values assuming these data are normally distributed and are verified using the sample cumulative distributions.

The probabilities for the 75% tolerance factor method are consistently less than 0.25, that is  $(1 - \text{the confidence level})$ , in part because the  $K$  values in Table 1 are for the 10% fractile whereas  $f'_c$  represents the 13% fractile of the in-place strengths. Similarly, the probabilities for the 90% tolerance factor method are consistently less than 0.10, particularly for larger sample sizes. The probability that the equivalent specified in-place strength predicted using the ACI CODE-562-21 method is greater than the actual  $f'_c$  exceeds 50% for larger sample sizes and higher coefficients of variation of in-place strength—for  $n = 20$  and  $V_{ip} = 0.3$ , the probability that  $f'_{c,eq}$  exceeds  $f'_c$  is 0.96.

### Upper 90% fractile of predicted values

Table 5 summarizes the upper 90% fractile of the normalized equivalent specified strength values predicted using the 75% tolerance factor, 90% tolerance factor, and ACI CODE-562-21 methods. These are again computed

Table 3:  
Average predicted strengths  $\overline{f'_{c,eq}} / f'_c$

$n$	Tolerance factor method										ACI CODE-562-21 method				
	75%					90%									
	Coefficient of variation					Coefficient of variation					Coefficient of variation				
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
3	0.87	0.80	0.72	0.62	0.51	0.70	0.52	0.32	0.08	-0.20	0.79	0.77	0.75	0.71	0.67
4	0.90	0.84	0.79	0.69	0.63	0.79	0.66	0.54	0.34	0.19	0.87	0.89	0.92	0.94	0.98
5	0.92	0.87	0.81	0.76	0.67	0.83	0.74	0.62	0.50	0.33	0.88	0.91	0.94	0.98	1.02
7	0.94	0.89	0.84	0.80	0.74	0.88	0.79	0.70	0.62	0.50	0.89	0.93	0.97	1.02	1.07
10	0.94	0.91	0.87	0.82	0.77	0.90	0.84	0.77	0.68	0.60	0.89	0.94	0.98	1.04	1.11
20	0.95	0.93	0.90	0.86	0.82	0.93	0.89	0.85	0.79	0.73	0.90	0.95	1.01	1.07	1.15

**Table 4:**  
Probability of predicted strength exceeding  $f'_c$

n	Tolerance factor method										ACI CODE-562-21 method				
	75%					90%					Coefficient of variation				
	Coefficient of variation					Coefficient of variation					Coefficient of variation				
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
3	0.22	0.19	0.21	0.21	0.21	0.07	0.07	0.08	0.09	0.08	0.00	0.05	0.11	0.17	0.21
4	0.19	0.17	0.18	0.20	0.20	0.06	0.08	0.07	0.08	0.08	0.00	0.10	0.21	0.39	0.46
5	0.21	0.18	0.21	0.19	0.16	0.06	0.06	0.07	0.09	0.05	0.00	0.11	0.31	0.47	0.54
7	0.15	0.17	0.18	0.16	0.18	0.05	0.06	0.07	0.07	0.06	0.00	0.11	0.37	0.44	0.66
10	0.14	0.16	0.15	0.17	0.16	0.05	0.04	0.06	0.06	0.06	0.00	0.10	0.44	0.63	0.80
20	0.12	0.12	0.13	0.11	0.13	0.05	0.04	0.06	0.05	0.06	0.00	0.08	0.60	0.86	0.96

Note:   = 0.21 to 0.35;   = 0.36 to 0.50;   > 0.50

**Table 5:**  
90% fractile of predicted normalized strength  $f'_{c,90} / f'_c$

n	Tolerance factor method										ACI CODE-562-21 method				
	75%					90%					Coefficient of variation				
	Coefficient of variation					Coefficient of variation					Coefficient of variation				
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
3	1.06	1.08	1.13	1.18	1.22	0.98	0.97	0.97	0.97	0.93	0.91	0.95	1.02	1.08	1.14
4	1.03	1.07	1.08	1.14	1.16	0.97	0.97	0.94	0.97	0.93	0.93	1.00	1.08	1.17	1.27
5	1.03	1.05	1.08	1.12	1.09	0.96	0.97	0.96	0.97	0.87	0.94	1.01	1.09	1.17	1.25
7	1.02	1.04	1.06	1.08	1.10	0.97	0.95	0.97	0.95	0.94	0.93	1.00	1.08	1.17	1.27
10	1.01	1.02	1.04	1.05	1.07	0.96	0.95	0.96	0.95	0.95	0.93	1.00	1.07	1.16	1.27
20	1.01	1.01	1.02	1.01	1.03	0.97	0.95	0.97	0.95	0.95	0.93	1.00	1.08	1.15	1.26

Note:   = 1.00 to 1.10;   = 1.11 to 1.20;   > 1.20

from the means and standard deviations of the normalized predicted strengths assuming these data are normally distributed and are verified using the sample cumulative distributions.

It seems appropriate to deem a method unsatisfactory if the associated 90% fractile limit exceeds 1.1—in other words, when the probability of the predicted  $f'_{c,eq}$  is at least 10% greater than  $f'_c$  exceeds 10%. On this basis, from Table 5:

- If the coefficient of variation of in-place strength exceeds 0.25, the tolerance factor method with a confidence level of 75% should be used only when the sample size equals six or more specimens;
- The tolerance factor method with a confidence level of 90% can be used without limitation of sample size or coefficient of variation of in-place strength; and
- The ACI CODE-562-21 method should be used only when the coefficient of variation of the in-place strength is 0.2 or smaller.

The next editions of ACI PRC-214.4 and ACI CODE-562 should be revised to reflect these limitations.

### Likelihood of negative predicted values

Table 6 shows the probability that the equivalent specified strength, predicted using the tolerance factor methods with confidence levels of 75 and 90%, will be less than zero. Data for the ACI CODE-562-21 method are not shown because the associated probabilities approach zero for all cases investigated. For small sample sizes and large coefficients of variation of in-place strength, it is quite probable that the equivalent specified strength obtained using the 90% tolerance factor method will be negative. Perhaps the best remedy in these circumstances is to obtain more test specimens.

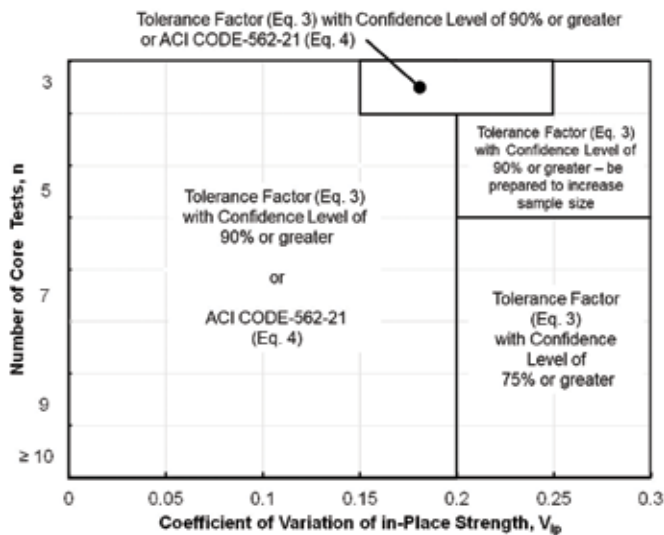
### Recommendations

Figure 3 summarizes the limitations of the application of the tolerance factor methods with confidence levels of 75 or 90% and ACI CODE-562-21 equations to determine the equivalent specified concrete strength from core test results in terms of the number of cores tested and the coefficient of variation of the in-place strength. To apply these limits, it must be assumed that the observed coefficient of variation of

**Table 6:**  
Probability of negative predicted equivalent specified strength

n	Tolerance factor method									
	75%					90%				
	Coefficient of variation					Coefficient of variation				
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
3	0.00	0.00	0.02	0.02	0.10	0.01	0.10	0.26	0.41	0.55
4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.01	0.07	0.21	0.35
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.03	0.09	0.24
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Note:     = 0.01 to 0.15;     = 0.16 to 0.30;     > 0.30



**Fig. 3: Recommended ranges of application of the ACI PRC-214.4-211 tolerance factor and ACI CODE-562-215 methods**

the in-place strength equals the coefficient of variation of the core strengths. This is a dubious assumption, particularly if the sample size is small or if there may be undetected low outliers in the core strength data set, but it is conservative. If the core strength test variability exceeds the in-place strength variability, results obtained using the tolerance factor method become more conservative, results obtained using the ACI-CODE-562-21 method become slightly less conservative<sup>3</sup>, and the maximum coefficient of variation for which the ACI CODE-562-21 method is acceptable increases.

**References**

1. ACI Committee 214, “Obtaining Cores and Interpreting Core Compressive Strength Results—Guide (ACI PRC-214.4-21),” American

Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2021, 20 pp.  
 2. Philleo, R.E., “Increasing the Usefulness of ACI 214: Use of Standard Deviation and a Technique for Small Sample Sizes,” *Concrete International*, V. 3, No. 9, Sept. 1981, pp. 71-74.  
 3. Bartlett, F.M., “Discussion of ‘Survey of Practice to Determine Strength of In Situ Concrete from Core Tests’ by John M. Hanson,” *ASCE Journal of Performance of Constructed Facilities*, V. 22, No. 5, Oct. 2008, p. 348.  
 4. Bartlett, F.M., and MacGregor, J.G., “Equivalent Specified Concrete Strength from Core Test Data,” *Concrete International*, V. 17, No. 3, Mar. 1995, pp. 52-58.  
 5. ACI Committee 562, “Assessment, Repair, and Rehabilitation of Existing Concrete Structures—Code and Commentary (ACI CODE-562-21),” American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2021, 88 pp.  
 6. Bartlett, F.M., “Evolution of ACI 562 Code—Part 6,” *Concrete International*, V. 38, No. 7, July 2016, pp. 36-39.  
 7. ASTM C42/C42M-20, “Standard Test Method for Obtaining and Testing Drilled Cores and Sawed Beams of Concrete,” ASTM International, West Conshohocken, PA, 2020, 7 pp.

Received and reviewed under Institute publication policies.



**F. Michael Bartlett**, FACI, is Professor Emeritus of Civil and Environmental Engineering, University of Western Ontario, London, ON, Canada. He is Chair of ACI Committee 562, Evaluation, Repair and Rehabilitation of Concrete Structures, and a member of ACI Subcommittee 318-1R, Resolution of Anchorage and Development Provisions, and Innovation Task Group (ITG) 93-11, Statistical Techniques for Assessment of Existing Concrete Structures.



## Convirtiendo Resistencia de Núcleos en Resistencias Especificadas Equivalentes del Concreto

Por F. Michael Bartlett

El ACI PRC-214.4-21, "Obtención de núcleos e Interpretación de Resultados de Resistencia de Núcleos: Guía"<sup>1</sup> presenta dos métodos para convertir la resistencia de núcleos de concreto en resistencias especificadas equivalentes para evaluar la capacidad de una estructura existente. El método del factor de tolerancia, basado en una distribución  $t$  no central, calcula una resistencia de fractil inferior que tiene en cuenta la variabilidad tanto de la media como de la desviación estándar de la muestra<sup>2</sup>. Como este enfoque no es robusto, si hay valores atípicos bajos no detectados en el conjunto de datos<sup>3</sup> y debido a que los ensayos de núcleos tienden a sobreestimar la variabilidad de las resistencias in situ, también se proporciona un método alternativo<sup>4</sup>. El Código ACI 562-21, "Evaluación, reparación y rehabilitación de estructuras de concreto existentes: código y comentarios"<sup>5</sup>, requiere que la resistencia equivalente especificada del concreto se calcule utilizando una versión simplificada del método alternativo<sup>6</sup>.

El método alternativo supone coeficientes de variación debidos a la variabilidad de la resistencia in situ dentro de la estructura que "son para concreto producido, colocado y protegido de acuerdo con la práctica industrial normal y pueden no corresponder al concreto producido con estándares de control de calidad altos o bajos"<sup>1</sup>. Se han planteado inquietudes de que la variabilidad real de la resistencia dentro de la estructura puede superar estos valores supuestos, lo que hace que la aplicación del método alternativo sea insegura, en particular para estructuras más antiguas construidas con prácticas industriales menos estrictas.

El objetivo de la investigación presentada en este documento es estudiar la aplicabilidad de estos métodos para determinar resistencias especificadas equivalentes de concreto utilizando datos de ensayos de núcleos.

## Base probabilística subyacente

La simulación numérica se lleva a cabo suponiendo que las resistencias in situ se distribuyen normalmente (por ejemplo, consultar Bartlett y MacGregor<sup>4</sup>). Se supone además, que la variabilidad atribuible a desviaciones aceptables de los procedimientos de ensayo estandarizados que pueden hacer que la desviación estándar medida de los ensayos de resistencia de núcleos supere la variación real de la resistencia in situ de manera insignificante. En otras palabras, se supone que la variabilidad aparente de la resistencia in situ no aumenta por la variabilidad adicional atribuible a ensayos de los núcleos.

Se supone además que la resistencia especificada del concreto  $f'_c$  representa el fractil del 13% de la resistencia a la compresión del concreto in situ<sup>4</sup>. Por lo tanto, la resistencia media in situ  $\bar{f}_{ip}$  se puede calcular a partir de este fractil, como se muestra esquemáticamente en la figura 1, de acuerdo a

$$\bar{f}_{ip} = f'_c + 1.126 s_{ip} \quad (\text{Ec. 1})$$

donde  $s_{ip}$  es la desviación estándar de la resistencia in situ. La relación entre la resistencia media in situ y la resistencia especificada del concreto  $\bar{f}_{ip} / f'_c$  también se puede expresar en términos del coeficiente de variación de las resistencias in situ  $V_{ip}$  de acuerdo a

$$\frac{\bar{f}_{ip}}{f'_c} = \frac{1}{1 - 1.126 V_{ip}} \quad (\text{Ec. 2})$$

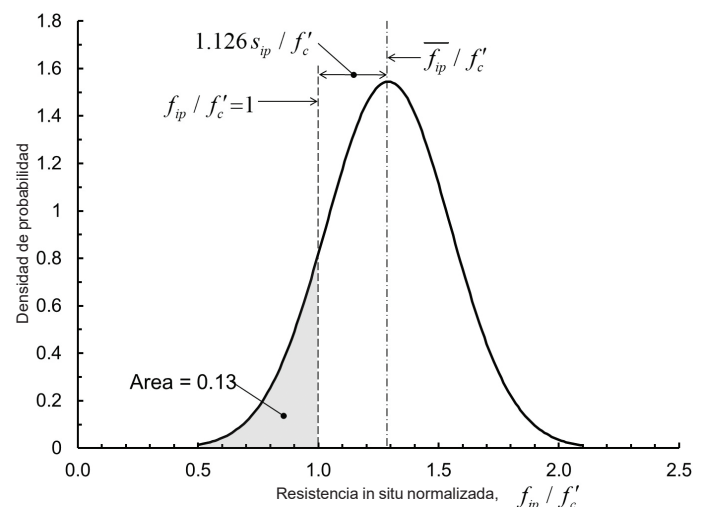


Figura 1. Densidad de probabilidad de resistencias de concreto in situ

## Procedimiento de simulación

El procedimiento de simulación implica los siguientes pasos:

- 1) Seleccionar  $V_{ip}$ ;
- 2) Calcular la resistencia media in situ como una fracción de la resistencia especificada  $\bar{f}_{ip} / f'_c$  utilizando la ecuación (2);
- 3) Generar 1,000 conjuntos de 3, 4, 5, 7, 10 y 20 resistencias in situ mediante simulación utilizando la  $V_{ip}$  del paso 1 y  $\bar{f}_{ip} / f'_c$  del paso 2, asumiendo que las resistencias in situ están distribuidas normalmente (Fig. 1). Regenerar las resistencias in situ que sean menores que cero;
- 4) Convertir las resistencias in situ en resistencias de núcleos incrementando las resistencias in situ simuladas por un factor de 1.06 para tener en cuenta el daño por perforación<sup>4</sup>. No es necesario aplicar otros factores de corrección de la resistencia de núcleos porque se supone que los ensayos de núcleos simulados cumplen con las disposiciones de ASTM C42/C42M-20<sup>7</sup>;
- 5) Para cada conjunto de 3 a 20 resistencias de núcleos, calcular la resistencia especificada equivalente,  $f'_{c,eq}$  utilizando el método del factor de tolerancia para el fractil del 10%, con límites de confianza del 75, 90 y 95% como

$$f'_{c,eq} = \bar{f}_c - \sqrt{(K s_c)^2 + (Z s_a)^2} \quad (\text{Ec. 3})$$

donde  $\bar{f}_c$  y  $s_c$  son el valor promedio y la desviación estándar de las resistencias de los núcleos, que, de acuerdo con ACI PRC 214.4-21, se incrementan en un 6% para tener en cuenta el daño debido a la perforación. La desviación estándar debido a la naturaleza empírica de los factores de corrección de resistencia  $s_a$  se tomó como  $0.025\bar{f}_c$  porque solo se aplica el factor de corrección de resistencia para el daño por perforación. La Tabla 1 resume los valores  $K$  y  $Z$  para los tres niveles de confianza y números de muestras considerados:  $K$  es el factor de tolerancia para el valor del fractil del 10%, y  $Z$  es un factor de escala aplicado a una desviación estándar de una distribución normal para determinar el valor correspondiente a una cierta probabilidad de excedencia (o no excedencia).

**Tabla 2:**

**Factores de modificación del coeficiente de variación del concreto  $k_c$  (basado en la Tabla 6.4.3.1 del Código ACI-562-21<sup>5</sup>)**

$n$	2	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25 y más
$k_c$	2.4	1.47	1.28	1.20	1.15	1.10	1.08	1.06	1.05	1.03	1.02

Es ligeramente conservador seleccionar el factor de tolerancia para el valor del fractil del 10% para determinar la resistencia especificada equivalente porque se considera que la resistencia especificada real es el valor del fractil del 13%, no del 10%, de las resistencias in situ (Ec. (1) y Fig. 1);

- 6) Para cada conjunto de 3 a 20 resistencias de núcleos, calcular  $f'_{c,eq}$  utilizando la Ec. (6.4.3.1) del Código ACI 562-21

$$f'_{c,eq} = 0.9\bar{f}_c \left[ 1 - 1.28 \sqrt{\frac{(k_c V)^2}{n} + 0.0015} \right] \quad (\text{Ec. 4})$$

donde  $\bar{f}_c$  no se incrementa en 1.06 (debido al daño por perforación), y  $V$  es el coeficiente de variación de las resistencias de núcleos. El factor de modificación del coeficiente de variación del concreto  $k_c$  depende del tamaño de la muestra  $n$ , como se muestra en la Tabla 2;

- 7) Para cada conjunto de 1,000 resistencias in situ predichas, calcular las resistencias especificadas equivalentes normalizadas  $f'_{c,eq} / f'_c$ , su desviación estándar y otros estadísticos; y
- 8) Repetir los pasos 1 a 7 con  $V_{ip}$  igual a 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 y 0.30.

**Tabla 1:**  
**Parámetros estadísticos  $K$  y  $Z$  para el método del factor de tolerancia y el método alternativo (basado en la Tabla 9.4.1 y en la Tabla 9.4b de ACI PRC-214.4-21<sup>1</sup>)**

Factor	$n$	Nivel de confianza		
		75%	90%	95%
<b>Z para uso en Ec. (3) and (4)</b>	—	0.67	1.28	1.64
<b>K para uso en Ec. (3)</b>	3	2.50	4.26	6.16
	4	2.13	3.19	4.16
	5	1.96	2.74	3.41
	7	1.80	2.305	2.795
	10	1.67	2.06	2.36
	20	1.527	1.723	1.867

## Resultados de la simulación

La figura 2 muestra los resultados de la simulación para 1,000 conjuntos de tres muestras de núcleo donde el coeficiente de variación de la resistencia in situ es 0.20. El eje horizontal es  $f'_{c,eq} / f'_c$  y los valores mayores a 1.0 representan predicciones no conservadoras. El eje vertical es la variable normal estándar  $Z$  (ver ecuación (3)), y los datos que se distribuyen normalmente se grafican como una línea recta usando esta escala. Las líneas de puntos son los mejores ajustes lineales para cada conjunto de datos.

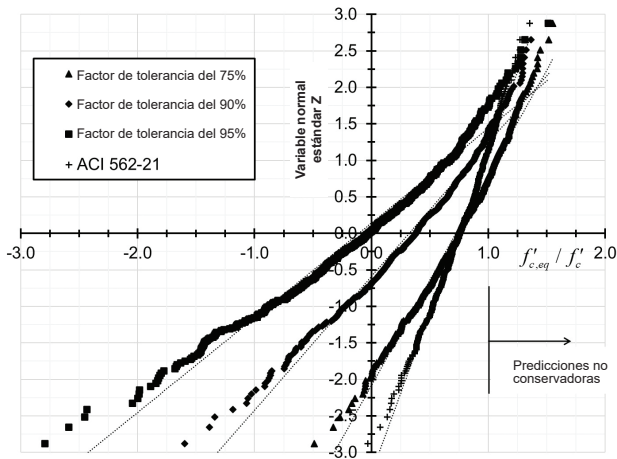


Figura 2. Distribución acumulativa de la muestra, graficada en papel de probabilidad normal para  $n = 3$  y  $V_{ip} = 0.2$

Cabe destacar que muchos  $f'_{c,eq} / f'_c$  son menores que cero, particularmente cuando se utilizan los métodos del factor de tolerancia del 90 y del 95%. Este resultado claramente irrealista se produce en los casos en los que las tres resistencias de núcleos simuladas arrojan una media baja y una desviación estándar alta, y el uso de los valores de  $K$  grandes de 4.26 y 6.16 para  $n = 3$  muestras (Tabla 1) arroja un resultado negativo (Ec. (3)). Un caso de esta simulación es el siguiente: las resistencias de núcleos son 4,080, 4,540 y 6,520 psi (28.1, 31.3 y 45.0 MPa), con una media de 5,050 psi (34.8 MPa), una desviación estándar de 1,300 psi (9.0 MPa) y un coeficiente de variación de 0.26. El valor de  $f'_{c,eq}$  calculado utilizando el método del factor de tolerancia para el nivel de confianza del 90 %, suponiendo  $s_a$  de 130 psi (0.9 MPa), es

$$\begin{aligned} f'_{c,eq} &= 5050 - \sqrt{(4.26 \times 1300)^2 + (1.28 \times 130)^2} \\ &= -490 \text{ psi } (-3.4 \text{ MPa}) \end{aligned}$$

La figura 2 también indica que:

- Todos los métodos predicen valores de  $f'_{c,eq}$  que exceden  $f'_c$  y pueden ser no conservadores;
  - Los conjuntos de datos son razonablemente, aunque no perfectamente, lineales, lo que indica que estos datos pueden caracterizarse aproximadamente utilizando distribuciones normales;
  - Los valores medios, correspondientes a  $Z$  igual a cero, son bastante consistentes con los métodos del factor de tolerancia del 75% y del Código ACI 562-21. Los datos del método Código ACI 562-21 tienen una pendiente más pronunciada, lo que corresponde a una desviación estándar más pequeña y tienen una menor probabilidad de ser no conservadores; y
  - El nivel de confianza seleccionado afecta notablemente los valores medios de las predicciones del factor de tolerancia: las resistencias medias normalizadas predichas son aproximadamente 0.75, 0.38 y menos de cero para los niveles de confianza del 75, 90 y 95 %, respectivamente.
- Estas observaciones se aplican generalmente a los valores de distribución acumulativa de la muestra obtenidos para otros coeficientes de variación de resistencias in situ y para los otros tamaños de muestra.

## Resistencias promedio

La Tabla 3 resume las resistencias especificadas equivalentes promedio normalizadas  $f'_{c,eq} / f'_c$  obtenidas utilizando los métodos del factor de tolerancia del 75 %, del factor de tolerancia del 90 % y del Código ACI 562-21. Para  $V_{ip} = 0.10$ , el método del factor de tolerancia del 75% proporciona valores medios más altos que los otros dos métodos. La resistencia media normalizada obtenida usando el método del factor de tolerancia del 90% es notablemente menor que la obtenida usando los otros dos métodos, particularmente para valores  $V_{ip}$  más altos y tamaños de muestra más pequeños. Para  $V_{ip} = 0.3$  y  $n = 3$ ,  $f'_{c,eq} / f'_c$ , obtenido utilizando el método del factor de tolerancia del 90%, es menor que cero.

## Probabilidad de valores predichos mayores que $f'_c$

La Tabla 4 resume las probabilidades de que el valor de resistencia especificada equivalente predicho usando los métodos del factor de tolerancia del 75%, del factor de tolerancia del 90% y ACI CODE-562-21 sea mayor que  $f'_c$  y por lo tanto



**Tabla 3:**  
Resistencias promedio predichas  $f'_{c,eq} / f'_c$

n	Método del factor de tolerancia										Método del Código ACI 562-21				
	75%					90%									
	Coeficiente de variación					Coeficiente de variación					Coeficiente de variación				
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
3	0.87	0.80	0.72	0.62	0.51	0.70	0.52	0.32	0.08	-0.20	0.79	0.77	0.75	0.71	0.67
4	0.90	0.84	0.79	0.69	0.63	0.79	0.66	0.54	0.34	0.19	0.87	0.89	0.92	0.94	0.98
5	0.92	0.87	0.81	0.76	0.67	0.83	0.74	0.62	0.50	0.33	0.88	0.91	0.94	0.98	1.02
7	0.94	0.89	0.84	0.80	0.74	0.88	0.79	0.70	0.62	0.50	0.89	0.93	0.97	1.02	1.07
10	0.94	0.91	0.87	0.82	0.77	0.90	0.84	0.77	0.68	0.60	0.89	0.94	0.98	1.04	1.11
20	0.95	0.93	0.90	0.86	0.82	0.93	0.89	0.85	0.79	0.73	0.90	0.95	1.01	1.07	1.15

**Tabla 4:**  
Probabilidad de que la resistencia predicha sea mayor que  $f'_c$

n	Método del factor de tolerancia										Método del Código ACI 562-21				
	75%					90%									
	Coeficiente de variación					Coeficiente de variación					Coeficiente de variación				
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
3	0.22	0.19	0.21	0.21	0.21	0.07	0.07	0.08	0.09	0.08	0.00	0.05	0.11	0.17	0.21
4	0.19	0.17	0.18	0.20	0.20	0.06	0.08	0.07	0.08	0.08	0.00	0.10	0.21	0.39	0.46
5	0.21	0.18	0.21	0.19	0.16	0.06	0.06	0.07	0.09	0.05	0.00	0.11	0.31	0.47	0.54
7	0.15	0.17	0.18	0.16	0.18	0.05	0.06	0.07	0.07	0.06	0.00	0.11	0.37	0.44	0.66
10	0.14	0.16	0.15	0.17	0.16	0.05	0.04	0.06	0.06	0.06	0.00	0.10	0.44	0.63	0.80
20	0.12	0.12	0.13	0.11	0.13	0.05	0.04	0.06	0.05	0.06	0.00	0.08	0.60	0.86	0.96

Nota:   = 0.21 a 0.35;   = 0.36 a 0.50;   > 0.50

no conservador. Estas probabilidades se calculan a partir de la media y la desviación estándar de los valores normalizados de resistencia predichos suponiendo que estos datos son distribuidos normalmente y que se verifican utilizando la muestra de distribuciones acumulativas.

Las probabilidades para el método del factor de tolerancia del 75% son consistentemente menores que 0.25, es decir (1 - el nivel de confianza), en parte porque los valores de  $K$  en la Tabla 1 son para el fractil del 10% mientras que  $f'_c$  representa el fractil 13% de las resistencias in situ. De manera similar, las probabilidades para el método del factor de tolerancia del 90% son consistentemente menores que 0.10, particularmente para tamaños de muestra más grandes. La probabilidad de que la resistencia equivalente especificada in situ predicha usando el método del Código ACI 562-21 sea mayor que el  $f'_c$  real excede el 50% para tamaños de muestra más grandes y mayores coeficientes de variación de resistencia in situ: para  $n = 20$  y  $V_{ip} = 0.3$ , la probabilidad de que  $f'_{c,eq}$  exceda  $f'_c$  es 0.96.

### Fractil superior del 90% de los valores previstos

La Tabla 5 resume el fractil superior del 90% de los valores normalizados de resistencia especificada equivalentes predichos utilizando los métodos del factor de tolerancia del 75%, del factor de tolerancia del 90% y del Código ACI 562-21. Estos se calculan nuevamente de las medias y desviaciones estándar de las resistencias normalizadas pronosticadas asumiendo que estos datos son normalmente distribuidos y verificados utilizando las distribuciones acumulativas de la muestra.

Parece apropiado considerar un método como insatisfactorio si el límite del fractil 90 % asociado supera 1.1; en otras palabras, cuando la probabilidad de que el  $f'_{c,eq}$  predicho al menos el 10% mayor de lo que excede  $f'_c$  al 10%. Sobre esta base, de la Tabla 5:

- Si el coeficiente de variación de la resistencia en sitio excede 0.25, el método del factor de tolerancia con un nivel de confianza del 75% debe usarse solo cuando el tamaño de la muestra sea igual a seis o más especímenes;

**Tabla 5:**  
Fractil 90 % de la resistencia normalizada predicha  $f'_{c,90} / f'_c$

n	Método del factor de tolerancia										Método del Código ACI 562-21				
	75%					90%									
	Coeficiente de variación					Coeficiente de variación					Coeficiente de variación				
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
3	1.06	1.08	1.13	1.18	1.22	0.98	0.97	0.97	0.97	0.93	0.91	0.95	1.02	1.08	1.14
4	1.03	1.07	1.08	1.14	1.16	0.97	0.97	0.94	0.97	0.93	0.93	1.00	1.08	1.17	1.27
5	1.03	1.05	1.08	1.12	1.09	0.96	0.97	0.96	0.97	0.87	0.94	1.01	1.09	1.17	1.25
7	1.02	1.04	1.06	1.08	1.10	0.97	0.95	0.97	0.95	0.94	0.93	1.00	1.08	1.17	1.27
10	1.01	1.02	1.04	1.05	1.07	0.96	0.95	0.96	0.95	0.95	0.93	1.00	1.07	1.16	1.27
20	1.01	1.01	1.02	1.01	1.03	0.97	0.95	0.97	0.95	0.95	0.93	1.00	1.08	1.15	1.26

Nota:   = 1.00 a 1.10;   = 1.11 a 1.20;   > 1.20

**Tabla 6:**  
Probabilidad de predicción negativa de la resistencia especificada equivalente

n	Método del factor de tolerancia									
	75%					90%				
	Coeficiente de variación					Coeficiente de variación				
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
3	0.00	0.00	0.02	0.02	0.10	0.01	0.10	0.26	0.41	0.55
4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.01	0.07	0.21	0.35
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.03	0.09	0.24
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Nota:   = 0.01 a 0.15;   = 0.16 a 0.30;   > 0.30

- El método del factor de tolerancia con un nivel de confianza del 90% se puede utilizar sin limitación de tamaño de muestra o coeficiente de variación de la resistencia in situ; y
- El método del Código ACI 562-21 puede usarse sólo cuando el coeficiente de variación de la resistencia in situ es 0.2 o menor.

Las próximas ediciones de ACI PRC-214.4 y del Código ACI 562 se deben revisar para reflejar estas limitaciones.

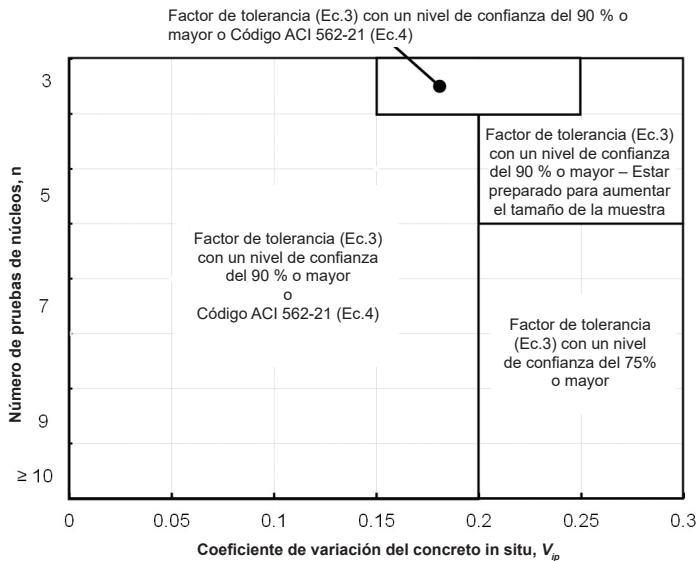
## Probabilidad de valores pronosticados negativos

La Tabla 6 muestra la probabilidad de que la resistencia equivalente especificada predicha utilizando los métodos del factor de tolerancia con niveles de confianza del 75 y 90%, sean menores que cero. No se muestran datos para el método del Código ACI 562-21 porque las probabilidades asociadas se aproximan a cero en todos los

casos investigados. Para tamaños de muestra pequeños y coeficientes grandes de variación de la resistencia in situ, es bastante probable que la resistencia especificada equivalente obtenida utilizando el método de factor de tolerancia del 90% sea negativo. Quizás el mejor remedio en estas circunstancias es obtener más especímenes de ensayo.

## Recomendaciones

La figura 3 resume las limitaciones de la aplicación de los métodos del factor de tolerancia con niveles de confianza de 75 o 90% y las ecuaciones del Código ACI 562-21 para determinar la resistencia especificada equivalente del concreto a partir de los resultados de ensayos de núcleos en términos del número de núcleos probados y del coeficiente de variación de la resistencia in situ. Para aplicar estos límites, se debe suponer que el coeficiente de variación observado de la resistencia in situ es igual al coeficiente de



**Figura 3. Rangos de aplicación recomendados de los métodos del factor de tolerancia del ACI PRC-214.4-211 y del Código ACI 562-215**

variación de la resistencia de núcleos. Esta es una suposición dudosa, especialmente si el tamaño de la muestra es pequeño o si hay valores atípicos bajos no detectados en el conjunto de datos de resistencia de núcleos, pero es conservador. Si la variabilidad de la resistencia de núcleos excede la resistencia in situ, los resultados obtenidos utilizando el método del factor de tolerancia se vuelven más conservadores, los resultados obtenidos utilizando el método Código ACI 562-21 se vuelven ligeramente menos conservadores<sup>3</sup>, y el coeficiente máximo de variación para el cual el método Código ACI 562-21 es aceptable, aumenta.

## Referencias

1. ACI Committee 214, "Obtaining Cores and Interpreting Core Compressive Strength Results—Guide (ACI PRC-214.4-21)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2021, 20 pp.
2. Philleo, R.E., "Increasing the Usefulness of ACI 214: Use of Standard Deviation and a Technique for Small Sample Sizes," Concrete International, V. 3, No. 9, Sept. 1981, pp. 71-74.
3. Bartlett, F.M., "Discussion of 'Survey of Practice to Determine Strength of In Situ Concrete from Core Tests' by John M. Hanson," ASCE Journal of Performance of Constructed Facilities, V. 22, No. 5, Oct. 2008, p. 348.
4. Bartlett, F.M., and MacGregor, J.G., "Equivalent Specified Concrete Strength from Core Test Data," Concrete International, V. 17, No. 3, Mar. 1995, pp. 52-58.
5. ACI Committee 562, "Assessment, Repair, and Rehabilitation of Existing Concrete Structures—Code and Commentary (ACI CODE-562-21)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2021, 88 pp.

6. Bartlett, F.M., "Evolution of ACI 562 Code—Part 6," Concrete International, V. 38, No. 7, July 2016, pp. 36-39.
7. ASTM C42/C42M-20, "Standard Test Method for Obtaining and Testing Drilled Cores and Sawed Beams of Concrete," ASTM International, West Conshohocken, PA, 2020, 7 pp.

Recibido y revisado de acuerdo con las políticas de publicación del Instituto.

**F. Michael Barlett**, FACI es profesor emérito de la Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad del Oeste de Ontario en London, Ontario, Canadá. Es Presidente del comité ACI 562 "Evaluación, Reparación y Rehabilitación de Estructuras de Concreto", y también miembro del Subcomité ACI 318-1R, "Resolución de Disposiciones de Anclaje y Desarrollo y Grupo de Trabajo de Innovación (ITG) Técnicas Estadísticas para la evaluación de Estructuras de Concreto Existentes.



Título original en inglés:  
Converting Core Strengths  
to Equivalent Specified  
Concrete Strengths

**La traducción de este artículo  
correspondió al Capítulo  
Colombia**



*Traductor y  
Revisor Técnico:*

***PhD. Pedro Nel  
Quiroga***