

Effective Depth of Rectangular and Circular Columns for Shear Strength Calculations

A simple design procedure is proposed

by Halil Sezen, Sergio M. Alcocer, and Jack P. Moehle

According to Section 22.5.1.1 of “Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19),”¹ the nominal shear strength at a section V_n is the sum of the contributions of the concrete V_c and shear reinforcement V_s . For nonprestressed members, V_c is calculated in accordance with Table 22.5.5.1, and V_s is calculated per Section 22.5.8.5.3. Both contributions are a function of the effective depth of the member d , defined as “distance from extreme compression fiber to centroid of longitudinal tension reinforcement, in.”

While simple in concept, the calculation of d is complicated for columns, because most column members have multiple layers of longitudinal reinforcement and the neutral axis depth (and thus the centroid of the longitudinal tension reinforcement) varies with axial force and moment at a section. As a result, even if all columns in a structure are identical, their effective depths can differ. This article presents a procedure that simplifies the determination of V_n for reinforced concrete columns by eliminating the need to calculate the neutral axis depth.

Nominal Shear Strength

The criteria for one-way shear design of nonprestressed members were updated in the 2019 edition of ACI 318.² The new equations for calculation of V_c are copied herein as Eq. (1) through (3)

$$V_c = \left[2\lambda_s \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d \quad (1)$$

$$V_c = \left[8\lambda_s (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d \quad (2)$$

$$V_c = \left[8\lambda_s \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d, \quad \text{if } A_v < A_{v,min} \quad (3)$$

where f'_c is the specified compressive strength of concrete; λ is the modification factor for lightweight concrete; N_u is the factored axial force (positive for compression and negative for tension); A_g is the gross area of the concrete section; $\rho_w = A_s / (b_w d)$ wherein A_s is the area of the nonprestressed longitudinal tension reinforcement; and λ_s is the size effect factor. As can be observed, V_c depends on the effective shear area, which is calculated as the product of d and b_w , defined as the web width or diameter of the circular section. Equation (3) must be used if $A_v < A_{v,min}$, where A_v and $A_{v,min}$ are the area and the minimum area of shear reinforcement within spacing s , respectively ($A_{v,min}$ is defined in Section 10.6.2 of ACI 318-19). Otherwise, either Eq. (1) or (2) can be used to calculate V_c . In the procedure presented in this article, the larger of the concrete shear strengths from Eq. (1) and (2) is used when $A_v \geq A_{v,min}$.

V_s is defined in Section 22.5.8.5.3

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad (4)$$

where f_{yt} is the specified yield strength of transverse reinforcement. As a practical matter, the value of d in Eq. (4) should be the same as the value used for calculating V_c using Eq. (1), (2), or (3).

Background on Effective Depth for Design

The definition of effective depth d has remained essentially unchanged since it was initially defined as “depth from compressive face to c. g. [centroid] of tension steel” in the 1920 version of what would become ACI’s Building Code,³

and “depth from compression surface of beam or slab to center of longitudinal tension reinforcement” in the 1927 version.⁴ For circular columns, ACI 318-19 permits d to be taken as 0.8 times the diameter. This provision was first introduced in Section 11.3.3 of ACI 318-99.⁵ The accompanying Commentary Section R11.3.3 indicates that the effective area of circular sections “can be taken as the gross area of the section or as an equivalent rectangular area,” based on references cited therein (refer to Joint ACI-ASCE Committee 426,⁶ Faradji and Diaz de Cossio,⁷ and Khalifa and Collins⁸).

The text and cited references remain in the 2019 edition of the ACI 318 Code, in Section R22.5.2.2. It is of interest to note that the Joint ACI-ASCE Committee 426 report, based on the review of tests of columns failing in shear described in References 7 and 9, recommended that ACI design equations for rectangular sections could be applied for circular sections if the external diameter is used in place of the effective depth and the gross area is used for the product $b_w d$. Further, Khalifa and Collins reported that measured strengths were greater than values calculated using $d = 0.74D$, where D is the column diameter.

A Simplified Procedure

For the development of the procedure proposed herein for calculation of V_n for columns, proposed values of d were evaluated by comparing the calculated shear strengths V_n with those measured in column tests V_{test} , included in the PEER/ACI 369/NEESR column databases for columns with rectangular and circular sections.^{10,11} These databases comprise tests of columns under monotonic and cyclic lateral loads. The main parameters provided in these databases are:

- Transverse and longitudinal reinforcement ratios ρ_t and ρ_l , respectively;
- Shear span-to-depth ratio a_v/d ;
- Compressive strength of concrete f'_c ;
- Yield strengths of transverse and longitudinal reinforcement f_{yt} and f_{yl} , respectively; and
- Initial axial load ratio $P/(A_g f'_c)$.

The range, mean values, and standard deviations of these parameters can be found elsewhere.¹² In these databases, for rectangular columns, the reported effective depth is the distance from the compression face to the centroid of the outermost layer of tension steel. For circular columns, the effective depth is reported as 0.8 times the diameter.

Out of the 326 rectangular and 172 circular columns included in the databases, failures of 52 rectangular and 55 circular columns were identified as shear-controlled. In this study, only columns whose failure was shear-controlled are included. Failure of a flexure-shear-dominated or flexure-dominated column is primarily influenced by the flexural strength of the column, so columns exhibiting those failures were excluded. The mode of failure was categorized based on the ratio of shear demand resulting in flexural yielding of the

plastic hinges V_{yE} (calculated using the specified yield strength f_y for the longitudinal reinforcement), to nominal shear strength V_{col0E} as recommended by ASCE/SEI 41.¹³ V_{col0E} was calculated using Eq. (3) in ACI 369.1-17,¹⁴ which considers the reduction in column shear strength with increasing nonlinear deformations. Hence, columns in the databases were classified according to the ratio of V_{yE}/V_{col0E} as follows:

- Flexure-dominated if $V_{yE}/V_{col0E} \leq 0.6$;
- Flexure-shear-dominated if $0.6 < V_{yE}/V_{col0E} \leq 1.0$; and
- Shear-dominated if $V_{yE}/V_{col0E} > 1.0$.

During our examination of the databases, we found that some columns with multilayered longitudinal reinforcement had incorrect entries or missing information on the location (depth) and size of the longitudinal bars, so we modified this information before carrying out the analyses.

Calculation of the effective depth of rectangular and circular sections

The distance from the extreme compression fiber to the centroid of the longitudinal tension reinforcement is termed d_T in this article. This corresponds to the definition of effective depth in Section 2.2 in ACI 318-19. For each of the shear-controlled rectangular and circular columns in the databases, d_T was calculated using the reported geometry, measured material properties, and applied axial load. In the case of circular columns, it was assumed that one longitudinal bar was located at each extreme and two bars were in each of the intermediate layers. Plane sections were assumed for computing strain profiles. At shear failure, it was assumed that the compressive strain and concrete stress varied linearly from zero at the neutral axis to a maximum in the extreme compression fiber. Thus, the total compression force in the concrete was found by integrating stresses over the area in compression. Tensile strength of concrete was ignored.

The neutral axis depth was calculated iteratively until the internal compression and tension forces in the section were in equilibrium with the axial load applied on the column. At moment equilibrium, the calculated maximum concrete strain varied between 0.0008 and 0.0022 for the shear-controlled test columns considered in this study, thus justifying the assumed linear variation of strain.

Methodology used for calculation of nominal shear strength

For the two cases described in the following paragraphs, V_n was obtained by adding the concrete and shear reinforcement contributions according to ACI 318-19 requirements. The concrete contribution was calculated using Eq. (1), (2), or (3). For rectangular columns, Eq. (1), (2), and (3) governed in the calculations for 33, 2, and 17 columns, respectively. For circular columns, Eq. (1) controlled in 41 cases and Eq. (3) controlled in 14 cases. The reinforcement contribution was calculated from Eq. (4) using the same value of d as was used for the concrete contribution. The proposed value of d was then judged by comparing V_n with the measured shear strength

V_{test} of the columns that failed in shear. Two cases were considered:

- Case 1: $d = d_T$; that is, d is the distance from the extreme compression fiber to the centroid of longitudinal tension reinforcement; and
- Case 2: $d = \alpha h$ or $d = \alpha D$, where h is the height of the cross section for rectangular columns and D is the diameter of circular columns. In our study, we varied factor α from 0.70 to 0.90 in 0.05 increments to determine an optimal value for design. As a reminder, ACI 318-19, Section 22.5.2.2, permits d to be taken as equal to $0.80D$ for circular columns.

Analysis of Effective Depth and Shear Strength of Rectangular Columns

The V_{test}/V_n results for Case 1 ($d = d_T$) and for Case 2 (only for $d = 0.80h$) are shown in Fig. 1(a) and 1(b), respectively. For Case 1, the mean (M), standard deviation (SD), and coefficient of variation (CV) for V_{test}/V_n are 1.32, 0.58, and 0.44, respectively. For Case 2, M , SD , and CV for V_{test}/V_n are 1.24, 0.48, and 0.39, respectively. Values for M , ($M + SD$), and ($M - SD$) are shown in the graphs. The results indicate that the shear strengths calculated for Case 1 (that is, using the ACI 318 Code definition of $d = d_T$) were slightly less accurate and showed more scatter than those for Case 2 with $d = 0.80h$. Note that V_{test}/V_n values do not vary with axial load. Also, observe that one data point for Case 1 and three data points for Case 2 fall below the ($M - SD$) line, although two of the latter three data points are nearly on the ($M - SD$) line. For design, $d = 0.80h$ is recommended in this article because it is simpler and leads to better approximation of V_n , with less scatter than Case 1 ($d = d_T$). Also, when the ($M - SD$) value is divided by the shear strength reduction factor $\phi = 0.75$, all calculated strengths are conservative (Fig. 1(a)).

Similar analyses were performed for other values of α and for columns with rectangular and circular cross sections. In Table 1, the mean V_{test}/V_n and SD (in parenthesis) are shown for each effective depth or α value. From the values shown in the table, it is apparent that for most values of α (Case 2), strength calculations yielded mean V_{test}/V_n values closer to 1.0 and with less scatter (smaller SD) than those obtained using d_T (Case 1).

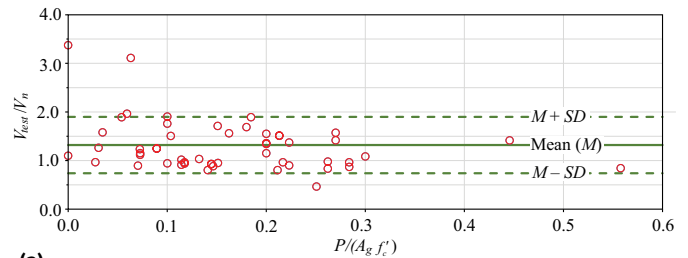
The distribution of effective depths normalized to h for columns from the rectangular column database is plotted in

Table 1:

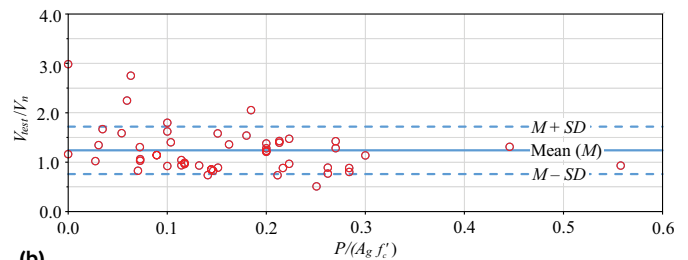
Mean V_{test}/V_n and standard deviation of V_{test}/V_n calculated using indicated values of d for rectangular and circular columns

Column type	Mean V_{test}/V_n (standard deviation of V_{test}/V_n)					
	$d = d_T$	$d = 0.9h$ or $d = 0.9D$	$d = 0.85h$ or $d = 0.85D$	$d = 0.8h$ or $d = 0.8D$	$d = 0.75h$ or $d = 0.75D$	$d = 0.7h$ or $d = 0.7D$
Rectangular columns	1.32 (0.58)	1.10 (0.42)	1.17 (0.45)	1.24 (0.48)	1.32 (0.51)	1.42 (0.55)
Circular columns	1.41 (0.33)	1.19 (0.28)	1.26 (0.29)	1.33 (0.31)	1.42 (0.33)	1.53 (0.36)

Fig. 2. The open markers in the graph correspond to an effective depth d_i , defined as the distance between the extreme compression fiber and the centroid of the furthest layer of the tensile reinforcement, whereas the filled marker corresponds to d_T , which is consistent with the ACI 318-19 definition. Sixteen columns in the database had two layers of longitudinal steel reinforcement, one in compression and one in tension, near each end of the section; for these cases,



(a)



(b)

Fig. 1: V_{test}/V_n versus initial $P/(A_g f'_c)$ for rectangular columns: (a) V_n calculated using $d = d_T$ for V_c and V_s ; and (b) V_n calculated using $d = 0.80h$ for V_c and V_s

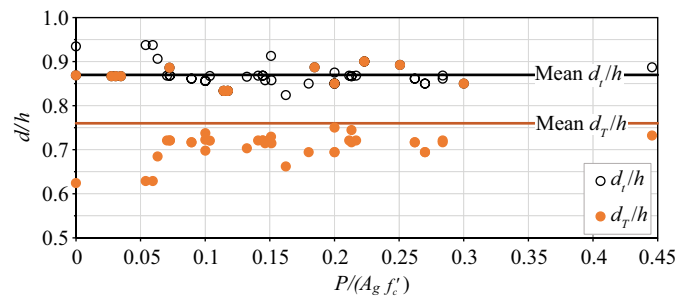


Fig. 2: Rectangular column effective depth normalized to column depth versus $P/(A_g f'_c)$

d_i and d_T are identical because d_T is not affected by the neutral axis depth. It is readily apparent that for most cases d_T/h varied between 0.70 and 0.75 with $M = 0.76$, $SD = 0.08$, and $CV = 0.11$. In contrast, d_i/h had $M = 0.87$ and showed smaller variations with $SD = 0.03$ and $CV = 0.03$. The low scatter found in the calculated values of d_i and d_T contributes to the good quality of the shear strength calculations. In Fig. 2, a slight trend of increasing d_T/h with axial load is evident.

Analysis of Effective Depth and Shear Strength of Circular Columns

Similar analyses were performed using the 55 shear-controlled circular columns included in the database. Values of V_{test}/V_n were computed for Case 1 (V_n calculated using d_T) and for Case 2 (using $d = \alpha D$). For Case 1, the calculated M , SD , and CV values for V_{test}/V_n were 1.41, 0.33, and 0.26, respectively (shown in Table 1). For Case 2 with $\alpha = 0.80$, the calculated M , SD , and CV values for V_{test}/V_n were 1.33, 0.31, and 0.23, respectively. As it can be observed, Case 2 with $\alpha = 0.80$ provides a better estimation of strength with smaller statistical variation than the code-compliant Case 1. From Table 1, it is apparent that for most α values, the strength estimates showed better approximation (lower mean V_{test}/V_n) with less scatter (smaller SD) than those calculated using the definition of d in ACI 318-19.

The distribution of circular column effective depths d_T normalized to D is shown in Fig. 3. The d_i/D values are not shown for circular columns. The d_i/D values had $M = 0.91$, $SD = 0.03$, and $CV = 0.03$. For d_T , which is consistent with ACI 318-19 definitions, d_T/D had $M = 0.68$, $SD = 0.04$, and $CV = 0.06$. As was observed for d_T/h for rectangular columns, d_T/D tends to slightly increase with axial load (as shown in Fig. 3).

Simplified Design Procedure Proposed for Calculating the Effective Depth

From M of V_{test}/V_n and the statistical variations presented in Table 1, an alternative approach for calculating d for rectangular columns is proposed. For practical purposes, we propose using $d = \alpha h$ with the same value of α for calculating the concrete and steel contributions to V_n (Eq. (1) to (4)). A value of $\alpha = 0.80$ is recommended because it is simpler and leads to a better approximation of nominal shear strength and less scatter than when the code-compliant d_T is used. The $V_{test}/\phi V_n$ values for Case 1 (V_n calculated using d_T) and for Case 2 (using $d = 0.8h$) are shown in Fig. 4. Figures 4(a) and 4(b) correspond to Fig. 1(a) and 1(b), respectively, where calculated V_{test}/V_n values were divided by the shear strength reduction factor $\phi = 0.75$ (refer to Table 21.2.1 of ACI 318-19). Values for M , $(M + SD)$, and $(M - SD)$ are shown in the graphs. For all but three columns, $(V_{test}/\phi V_n) \geq 1.0$; moreover, for two of these three columns, $V_{test}/\phi V_n = 0.98$.

For circular columns, the long-permitted simplification of $d = 0.80D$ is deemed to be appropriate. Mean and standard deviations for V_{test}/V_n (shown in Table 1) indicate that by using $d = 0.80D$, a better estimation of strength and less scatter are obtained than using $d = d_T$, which requires calculation of the

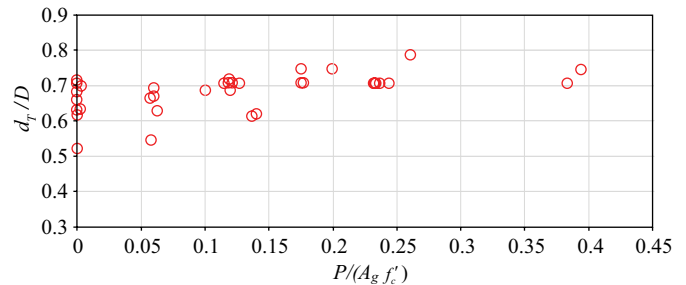


Fig. 3: Circular column d_T/D versus $P/(A_g f'_c)$

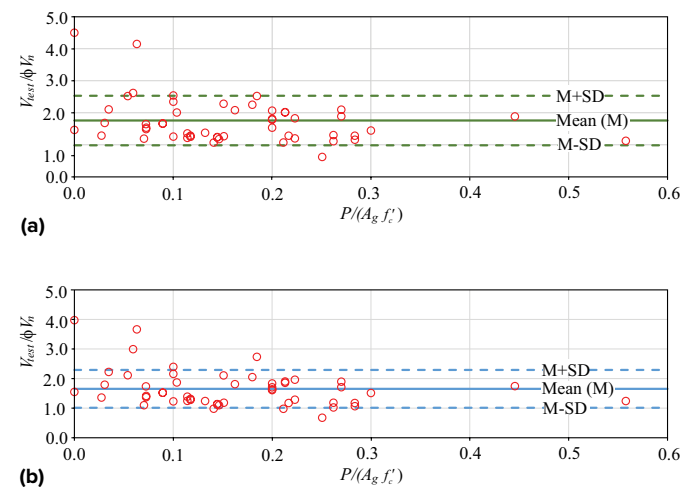


Fig. 4: $V_{test}/\phi V_n$ versus initial $P/(A_g f'_c)$ for rectangular columns: (a) V_n calculated using $d = d_T$ for V_c and V_s ; and (b) V_n calculated using $d = 0.80h$ for V_c and V_s

Advertise

For more information, contact

Jeff Rhodes, VP Sales

E-mail: jeff.rhodes@mci-group.com

MCI USA: +1.410.584.8487

neutral axis location and the centroid of longitudinal reinforcement in tension.

Based on these analyses, we recommend the inclusion of the following requirement in provisions for calculating the shear strength of columns.

For calculation of V_c and V_s of columns, it shall be permitted to assume:

- (a) $d = 0.8h$ for rectangular columns; and
- (b) $d = 0.8D$ for circular sections.

Summary

A simplified procedure for determining effective depth d for shear strength calculations of rectangular columns is proposed. In lieu of calculating d as a function of column section geometry, reinforcement layout, and applied moment and axial load, $d = 0.8h$ can be permitted. The proposed definition of d leads to better estimates of shear strengths for rectangular columns, with less scatter, than when the definition of d per ACI 318-19 is used.

For circular columns, analyses of experimental databases indicate that the currently permitted use of $d = 0.80D$ is appropriate and results in good accuracy for design.

Acknowledgments

The work presented in this article was inspired by a comment during the public discussion period for ACI 318-19, in which Allan Bommer, Bentley Systems, noted that effective depth d for shear strength calculation could vary with axial loading and strain state, leading to unnecessary complexity in building design.

References

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2019, 623 pp.
2. Kuchma, D.A.; Wei, S.; Sanders, D.H.; Belarbi, A.; and Novak, L.C., "Development of the One-Way Shear Design Provisions of ACI 318-19 for Reinforced Concrete," *ACI Structural Journal*, V. 116, No. 4, July 2019, pp. 285-295.
3. ACI, "Standard Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete (ACI Standard Specifications No. 23)," *ACI Journal Proceedings*, V. 16, No. 2, Feb. 1920, pp. 283-302.
4. ACI Committee E-1, "Tentative Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete (E-1A-27T)," *ACI Journal Proceedings*, V. 23, No. 2, Feb. 1927, pp. 644-677.
5. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-99) and Commentary (ACI 318R-99)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1999, 391 pp.
6. Joint ACI-ASCE Committee 426, "Shear Strength of Reinforced Concrete Members (ACI 426R-74)," *Journal of the Structural Division*, ASCE, V. 99, No. 6, June 1973, pp. 1148-1157.
7. Faradji, M.J., and Diaz de Cossio, R., "Diagonal Tension in Concrete Members of Circular Section," Foreign Literature Study No. 466 (translated from Spanish), Portland Cement Association, Skokie, IL, 1966, 61 pp.
8. Khalifa, J.U., and Collins, M.P., "Circular Reinforced Concrete

Members Subjected to Shear," Publication No. 81-08, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, Dec. 1981, 117 pp.

9. Fenwick, R.C., and Paulay, T., "Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams," *Journal of the Structural Division*, ASCE, V. 94, No. 10, Oct. 1968, pp. 2325-2350.

10. Ghannoum, W.; Sivaramakrishnan, B.; Pujol, S.; Catlin, A.C.; Fernando, S.; Yoosuf, N.; and Wang, Y., "NEES: ACI 369 Rectangular Column Database," 2015, www.datacenterhub.org/resources/255.

11. Ghannoum, W.; Sivaramakrishnan, B.; Pujol, S.; Catlin, A.C.; Fernando, S.; Yoosuf, N.; and Wang, Y., "NEES: ACI 369 Circular Column Database," 2015, www.datacenterhub.org/resources/254.

12. Kakavand, M.R.A.; Sezen, H.; and Taciroglu, E., "Data-Driven Models for Predicting the Shear Strength of Rectangular and Circular Reinforced Concrete Columns," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, V. 147, No. 1, Jan. 2021.

13. ASCE/SEI 41-13, "Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings," American Society of Civil Engineers, Reston, VA, 2014, 554 pp.

14. ACI Committee 369, "Standard Requirements for Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Concrete Buildings (ACI 369.1-17) and Commentary," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2017, 110 pp.

Received and reviewed under Institute publication policies.



Halil Sezen, FACI, is a Professor in the Department of Civil, Environmental and Geodetic Engineering at The Ohio State University, Columbus, OH, USA. He is a member of ACI Committee 369, Seismic Repair and Rehabilitation, and Joint ACI-ASCE Committee 441, Reinforced Concrete Columns.



Sergio M. Alcocer, FACI, is a Professor in the Institute of Engineering at the National Autonomous University of Mexico (UNAM), Mexico City, Mexico and part-time Professor at The University of Texas at San Antonio, San Antonio, TX, USA. He is a member of ACI Committee 318, Structural Concrete Building Code, and past member of the ACI Board of

Direction and the Technical Activities Committee.



Jack P. Moehle, FACI, is a Professor of the Graduate School at the University of California, Berkeley, CA, USA. He is a past member of the ACI Board of Direction and the Technical Activities Committee, and past Chair of ACI Committee 318, Structural Concrete Building Code.

Profundidad efectiva de columnas rectangulares y circulares para cálculos de resistencia a cortante

Se propone un procedimiento de diseño sencillo

por Halil Sezen, Sergio M. Alcocer y Jack P. Moehel

De acuerdo con la Sección 22.5.1.1 de los "Requisitos de reglamento para concreto estructural ACI 318-19"¹ la resistencia nominal al cortante en una sección V_n es la suma de las contribuciones del concreto V_c y del refuerzo V_s . Para elementos no preesforzados, V_c se calcula de acuerdo con la Tabla 22.5.5.1 y V_s se calcula según la Sección 22.5.8.5.3. Ambas contribuciones están en función de la profundidad efectiva del elemento d , definido como tensión longitudinal, en pulgadas"

Si bien en concepto es sencillo, el cálculo de d es complicado para columnas, porque la mayoría de los elementos de columna tienen capas múltiples de refuerzo longitudinal y la profundidad del eje neutro (y por tanto, el centroide del refuerzo de tensión longitudinal) varía con la fuerza axial y momento en una sección. Como resultado, incluso si todas las columnas de una estructura son idénticas, sus profundidades efectivas pueden diferir. Este artículo presenta un procedimiento que simplifica la determinación de V_n para columnas de concreto reforzado eliminando la necesidad de calcular la profundidad de eje neutro.

Resistencia Nominal al Cortante

Los criterios para diseño de cortante unidireccional de elementos no preesforzados se actualizaron en la edición 2019 de ACI 318.² Las ecuaciones nuevas para el cálculo de V_c aparecen en este artículo como ecuación (1) a la (3)

$$1) \quad V_c = \left[2\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d$$

$$2) \quad V_c = \left[8\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d$$

$$3) \quad V_c = \left[8\lambda_s\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d, \text{ Si } A_v < A_{v,min}$$

donde f'_c es la resistencia específica a la compresión del concreto; λ es el factor de modificación para concreto ligero; N_u es la fuerza axial mayorada (positiva para compresión y negativa para tensión); A_g es el área bruta de la sección del concreto; $\rho_w = A_s / (b_w d)$ donde A_s es el área del refuerzo de tensión longitudinal no preesforzada; y λ_s es el factor de efecto del tamaño. Tal como puede observarse, V_c depende del área de cortante efectiva, que se calcula como el producto de d y b_w , definido como el ancho del alma o diámetro de la sección circular. Deberá utilizarse la ecuación (3) si $A_v < A_{v,min}$, donde A_v y $A_{v,min}$ son el área y el área mínima de refuerzo de cortante dentro del espaciamiento s , respectivamente ($A_{v,min}$ se define en la Sección 10.6.2 de ACI 318-19). De lo contrario, pueden utilizarse ya sea la Ecuación (1) o (2) para calcular V_c .

En el procedimiento presentado en este artículo, se utiliza la mayor resistencia a cortante del concreto de las Ecuaciones (1) y (2) cuando $A_v \geq A_{v,min}$.

V_s se define en la Sección 22.5.8.5.3

$$4) V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s}$$

donde f_{yt} es la resistencia específica a la fluencia del refuerzo transversal. Como cuestión práctica, el valor de d en la Ecuación (4) debe ser el mismo que el valor utilizado para calcular V_c , empleando la Ecuación (1), (2) o (3).

Antecedentes sobre la Profundidad Efectiva para el Diseño

La definición de profundidad efectiva d ha permanecido esencialmente sin cambios desde que se definió al inicio como “profundidad desde la superficie de compresión hasta c.g. [centroide] de acero a tensión” en la versión de 1920 de lo que se convertiría en el Código de Construcción de ACI,³ y “profundidad desde la superficie de compresión de la viga o losa hasta el centro del refuerzo de tensión longitudinal” en la versión de 1927.⁴ Para columnas circulares, ACI 318-19 permite que se tome d como 0.8 veces el diámetro. Esta disposición se introdujo por primera vez en la Sección 11.3.3 de ACI 318-99.⁵ La Sección R11.3.3 de Comentarios que se acompaña indica que el área efectiva de secciones circulares “puede tomarse como el área bruta de la sección o como un área rectangular equivalente,” basándose en referencias allí citadas (consulte Comité Conjunto ACI-ASCE 426,⁶ Faradji y Díaz de Cossio,⁷ y Khalifa y Collins⁸).

El texto y las referencias citadas permanecen en la edición 2019 del Código ACI 318, en la Sección R22.5.2.2. Es de interés observar que el informe del Comité Conjunto ACI-ASCE 426, basado en la revisión de pruebas de columnas que fallaron en cortante descrita en las Referencias 7 y 9, recomendó que las ecuaciones de diseño de ACI para secciones rectangulares podrían aplicarse para secciones circulares si se utiliza el diámetro externo en lugar de la profundidad efectiva y si se utiliza el área bruta para el producto $b_w d$. Además, Khalifa y Collins

reportaron que las resistencias medidas fueron mayores a los valores calculados utilizando $d = 0.74D$, donde D es el diámetro de la columna.

Un Procedimiento Simplificado

Para el desarrollo del procedimiento aquí propuesto para el cálculo de V_n para columnas, se evaluaron los valores propuestos de d comparando las resistencias a la cortante calculadas V_n con aquellas medidas en las pruebas de columna V_{prueba} , incluidas en las bases de datos de columnas PEER/ACI 369/NEESR para columnas con secciones rectangulares y circulares.^{10,11}

Estas bases de datos comprenden pruebas de columnas bajo cargas laterales monotónicas y cíclicas. Los principales parámetros proporcionados en estas bases de datos son:

- Relaciones de refuerzo transversal y longitudinal ρ_t y ρ_p , respectivamente;
- Relación tramo a profundidad de cortante a_v / d ;
- Resistencia a la compresión del concreto f'_c ;
- Resistencias a la fluencia de refuerzo transversal y longitudinal f_{yt} y f_{yp} , respectivamente;
- Relación de carga axial inicial $P/(A_g f'_c)$.

El rango, valores medios y desviaciones estándar de estos parámetros pueden encontrarse en alguna otra parte.¹² En estas bases de datos, para columnas rectangulares, la profundidad efectiva reportada es la distancia desde la superficie de la compresión al centroide de la capa más exterior de acero de tensión. Para columnas circulares, la profundidad efectiva se reporta como 0.8 veces el diámetro.

Fuera de las 326 columnas rectangulares y 172 circulares incluidas en las bases de datos, se identificaron fallas de 52 columnas rectangulares y 55 circulares, como controladas por cortante. En este estudio, sólo se incluyen columnas cuya falla fue controlada por cortante. La falla de una columna dominada por cortante a la flexión o dominada por flexión está principalmente influenciada por la resistencia a la flexión de la columna, de manera que se excluyeron las columnas que muestran esas fallas.

El modo de falla se clasifica basándose en la relación de demanda de cortante que es resultado de la fluencia por flexión de rótulas plásticas V_{yE} (calculadas utilizando la resistencia a fluencia específica f_y para el refuerzo longitudinal), a resistencia nominal a la cortante V_{colOE} tal como lo recomienda ASCE/SEI 41.¹³ V_{colOE} se calculó utilizando la Ecuación (3) en ACI 369.1-17,¹⁴ que considera la reducción en la resistencia a la cortante de columnas con incremento en deformaciones no lineales. Por lo tanto, las columnas de las bases de datos se clasificaron de acuerdo con la relación de V_{yE} / V_{colOE} de la siguiente forma:

- Dominado por flexión si $V_{yE} / V_{colOE} \leq 0.6$;
- Dominado por cortante a flexión si $0.6 < V_{yE} / V_{colOE} < 1.0$; y
- Dominado por cortante si $V_{yE} / V_{colOE} > 1.0$.

Durante nuestro examen de las bases de datos, encontramos que algunas columnas con refuerzo longitudinal multicapa tenían entradas incorrectas o información faltante en la ubicación (profundidad) y tamaño de las barras longitudinales, de manera que modificamos esta información antes de llevar a cabo los análisis.

Cálculo para la profundidad efectiva de las secciones rectangular y circular

La distancia desde la fibra de compresión extrema hasta el centroide del refuerzo de tensión longitudinal se denomina d_T en este artículo. Esto corresponde a la definición de profundidad efectiva de la Sección 2.2 en CI 318-19. Para cada una de las columnas rectangular y circular controladas por cortante en las bases de datos, d_T se calculó utilizando la geometría reportada, propiedades medidas de material y carga axial aplicada. En el caso de columnas circulares, se supuso que había una barra longitudinal en cada extremo y dos barras en cada una de las capas intermedias. Se asumieron secciones del plano para calcular perfiles de deformación. En la falla por cortante, se asumió que la deformación por compresión y el esfuerzo del concreto variaron linealmente desde cero en el eje neutro hasta un máximo en la fibra de compresión. Por lo tanto, la fuerza de compresión total en el concreto se encontró integrando los esfuerzos sobre el área en compresión. Se ignoró la resistencia a la tensión del concreto.

La profundidad del eje neutro se calculó reiteradamente hasta que la compresión interna y las fuerzas de tensión en la sección estuvieron en equilibrio con la carga axial aplicada en la columna. En el equilibrio de momentos, la deformación máxima calculada del concreto varió entre 0.0008 y 0.0022 para las columnas de prueba controladas por cortante consideradas en este estudio, justificando así la variación lineal supuesta de la deformación.

Metodología utilizada para cálculo de la resistencia nominal a la cortante

Para los dos casos descritos en los siguientes párrafos, se obtuvo V_n agregando las contribuciones de concreto y refuerzo de cortante, de acuerdo con los requerimientos de ACI 318-19. La contribución del concreto se calculó utilizando la Ecuación (1), (2) o (3). Para las columnas rectangulares, dominaron las Ecuaciones (1), (2) y (3) en los cálculos para las columnas 33, 2 y 17, respectivamente. Para las columnas circulares, la Ecuación (1) controló en 41 casos y la Ecuación (3) controló en 14 casos.

La contribución de refuerzo se calculó con la Ecuación (4) utilizando el mismo valor de d que se utilizó para la contribución de concreto. Se determinó el valor propuesto de d comparando V_n con la resistencia a la cortante medida V_{prueba} de las columnas que fallaron en la cortante. Se consideraron dos casos:

- Caso 1: d_T ; es decir, d es la distancia desde la fibra de compresión extrema hasta el centroide del refuerzo de tensión longitudinal; y
- Caso 2: $d = ah$ o $d = \alpha D$, donde h es la altura de la sección transversal para columnas rectangulares y D es el diámetro de las columnas circulares. En nuestro estudio, variamos el factor α desde 0.70 hasta 0.90 en incrementos de 0.05 para determinar un valor óptimo para el diseño. A manera de recordatorio, ACI 318-19, Sección 22.5.2.2, permite que se tome d como igual a 0.80D para columnas circulares.

Análisis de Profundidad Efectiva y Resistencia a Cortante de Columnas Rectangulares

Los resultados de V_{prueba}/V_n para el Caso 1 ($d = d_T$) y para el Caso 2 (únicamente para $d = 0.80h$) se muestran en la Figura 1(a) y 1(b) respectivamente. Para el Caso 1, la media (M), desviación estándar (SD) y coeficiente de variación (CV) para V_{prueba}/V_n son 1.32, 0.58 y 0.44 respectivamente. Para el Caso 2, M , SD y CV para V_{prueba}/V_n son 1.24, 0.48 y 0.39 respectivamente. Los valores M , $(M + SD)$ y $(M - SD)$ se muestran en las gráficas. Los resultados indican que las resistencias a la cortante calculadas para el Caso 1 (es decir, utilizando la definición de $d = d_T$) del Código ACI 318) fueron ligeramente menos exactas y mostraron más dispersión que aquellas del Caso 2 con $d = 0.80h$. Observe que los valores V_{prueba}/V_n no varían con la carga axial. Asimismo, observe que un punto de datos para el Caso 1 y tres puntos de datos para el Caso 2 caen por debajo de la línea $(M - SD)$, aunque dos de los últimos tres puntos de datos están casi en la línea $(M - SD)$. Para el diseño, en este artículo se recomienda $d = 0.80h$ porque es más sencillo y conduce a una mejor aproximación de V_n , con menos dispersión que el Caso 1 ($d = d_T$). Asimismo, cuando el valor $(M - SD)$ se divide entre el factor de reducción de resistencia a cortante $\phi = 0.75$, todas las resistencias calculadas son conservadoras (Figura 1(a)).

Se llevaron a cabo análisis similares para otros valores de α y para columnas con secciones transversales rectangulares y circulares. En la Tabla 1, la media V_{prueba}/V_n y SD (entre paréntesis) se muestra para cada profundidad efectiva o valor α . A partir de los valores mostrados en la tabla, resulta evidente que en la mayoría de los valores de α (Caso 2), los cálculos de resistencia produjeron valores de V_{prueba}/V_n de media más cercanos a 1.0 y con menos dispersión (SD más pequeña) que aquellos obtenidos utilizando d_T (Caso 1).

La distribución de las profundidades efectivas normalizadas para h para columnas de la base de datos de columnas rectangulares se grafica en la Figura 2. Los marcadores abiertos en la gráfica corresponden a una profundidad efectiva d_i , definida como la distancia entre la fibra de compresión extrema y el centroide de la capa más alejada del refuerzo por tracción, en tanto que el marcador lleno corresponde a d_T , que es coherente con la definición de ACI 318-19. En la base de datos dieciséis columnas tuvieron dos capas de refuerzo de acero longitudinal, una en compresión y una en tensión, cerca de cada extremo de la sección; para estos casos, d_i y d_T son idénticos porque d_T no está afectado por la profundidad del eje neutro. Se deduce claramente que para la mayoría de los casos d_T/h varió entre 0.70 y 0.75 con $M = 0.76$, $SD = 0.08$ y $CV = 0.11$. En contraste, d_i/h tuvo $M = 0.87$ y mostró desviaciones más pequeñas con $SD = 0.03$ y $CV = 0.03$. La dispersión baja encontrada en los valores calculados de d_i y d_T contribuye a la buena calidad de los cálculos de resistencia a la cortante. En la Figura 2, es evidente una ligera tendencia de incremento d_T/h con carga axial.

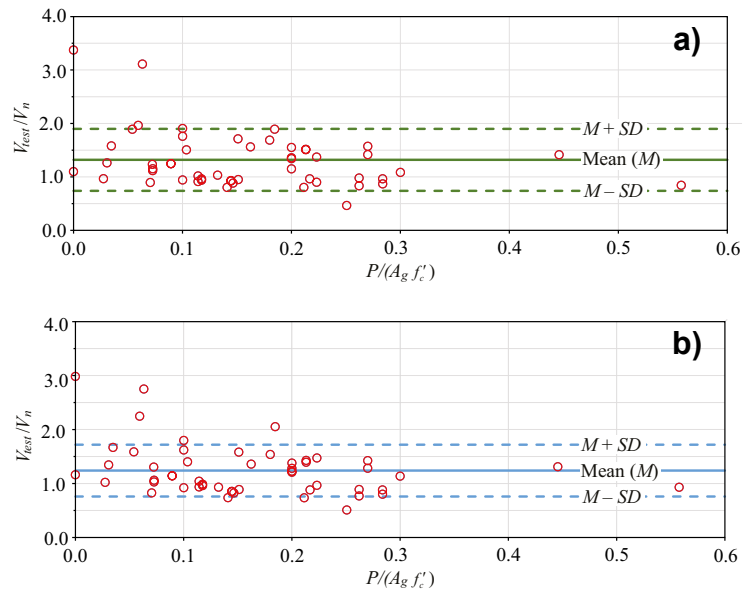


Fig. 1: V_{prueba}/V_n versus $P/(A_g f'_c)$ para columnas rectangulares: (a) V_n se calculó utilizando $d = d_T$ para V_c y V_s ; y (b) V_n se calculó utilizando $d = 0.80h$ para V_c y V_s .

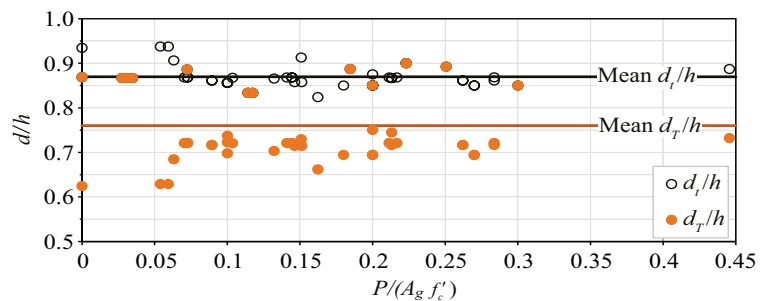


Fig. 2: Profundidad efectiva de columna rectangular normalizada a la profundidad de columna versus $P/(A_g f'_c)$.

Tabla 1: Media de V_{prueba}/V_n y desviación estándar de V_{prueba}/V_n calculado utilizando los valores indicados de d para columnas rectangulares y circulares.

Tipo de columna	Media de V_{prueba}/V_n (desviación estándar de V_{prueba}/V_n)					
	$d = d_t$	$d = 0.9h$ or $d = 0.9D$	$d = 0.85h$ or $d = 0.85D$	$d = 0.8$ or $d = 0.8D$	$d = 0.75h$ or $d = 0.75D$	$d = 0.7h$ or $d = 0.7D$
Columnas Rectangulares	1.32 (0.58)	1.10 (0.42)	1.17 (0.45)	1.24 (0.48)	1.32 (0.51)	1.42 (0.52)
Columnas Circulares	1.41 (0.33)	1.19 (0.28)	1.26 (0.29)	1.33 (0.31)	1.42 (0.33)	1.53 (0.36)

Análisis de Profundidad Efectiva y Resistencia a Cortante de Columnas Circulares

Se llevaron a cabo análisis similares utilizando las 55 columnas circulares controladas por cortante incluidas en la base de datos. Se calcularon los valores de V_{prueba}/V_n para el Caso 1 (se calculó V_n utilizando d_t) y para el Caso 2 (utilizando $d = \alpha D$). Para el Caso 1, los valores calculados M , SD , y CV para V_{prueba}/V_n fueron 1.41, 0.33 y 0.26, respectivamente (mostrados en la Tabla 1). Para el Caso 2 con $\alpha = 0.80$, los valores calculados M , SD , y CV para V_{prueba}/V_n fueron 1.33, 0.31 y 0.23, respectivamente. Como puede observarse, el Caso 2 con $\alpha = 0.80$ proporciona una mejor estimación de la resistencia con variación estadística más pequeña que el Caso 1 que cumple con el código.

De la Tabla 1 se deduce que para la mayoría de los valores α , los cálculos de resistencia mostraron una mejor aproximación (media inferior de V_{prueba}/V_n) con menos dispersión (SD más pequeña) que aquellos calculados utilizando la definición de d que aparece en ACI 318-19. En la Figura 3 se muestra la distribución de las profundidades efectivas de columna circular d_t normalizada a D . Los valores d_t/D tuvieron $M = 0.91$, $SD = 0.03$ y $CV = 0.03$. Para d_t que es coherente con las definiciones de ACI 318-19, d_t/D tuvo $M = 0.68$, $SD = 0.04$ y $CV = 0.06$. Tal como se observó en d_t/h para columnas rectangulares, d_t/D tiende a incrementar ligeramente la carga axial (tal como se muestra en la Figura 3).

Procedimiento de Diseño Simplificado Propuesto para Calcular la Profundidad Efectiva

De M para V_{prueba}/V_n y de las variaciones estadísticas presentadas en la Tabla 1, se propone un planteamiento alternativo para calcular d para columnas rectangulares. Para propósitos prácticos, proponemos utilizar $d = \alpha h$ con el mismo valor de α para calcular las contribuciones de concreto y acero para V_n (Ecuación (1) a (4)).

Se recomienda el valor de $\alpha = 0.80$ porque es más sencillo y conduce a una mejor aproximación de resistencia nominal a la cortante y menos dispersión que cuando se utiliza d_t que cumple con el código. Los valores $V_{prueba}/(\phi V_n)$ para el Caso 1 (V_n calculado utilizando d_t) y para el Caso 2 (utilizando $d = 0.8h$) se muestran en la Figura 4. Las Figuras 4(a) y 4(b) corresponde a la Figura 1(a) y 1(b), respectivamente, donde los valores V_{prueba}/V_n calculados se dividieron entre el factor de reducción de la resistencia a cortante $\phi = 0.75$ (consulte la Tabla 21.2.1 de ACI 318-19). En las gráficas se muestran los valores para M , $(M + SD)$, y $(M - SD)$. Para todas, excepto tres columnas, $(V_{prueba}/\phi V_n) = 0.98$. Para columnas circulares, se considera que la simplificación de $d=0.80D$ permitida desde hace mucho tiempo, es apropiada. Las desviaciones media y estándar para V_{prueba}/V_n (que se muestran en la Tabla 1) indican que al utilizar $d = 0.80D$, se obtiene una mejor estimación de la resistencia y menos dispersión que al utilizar $d=d_t$, que requiere cálculo.

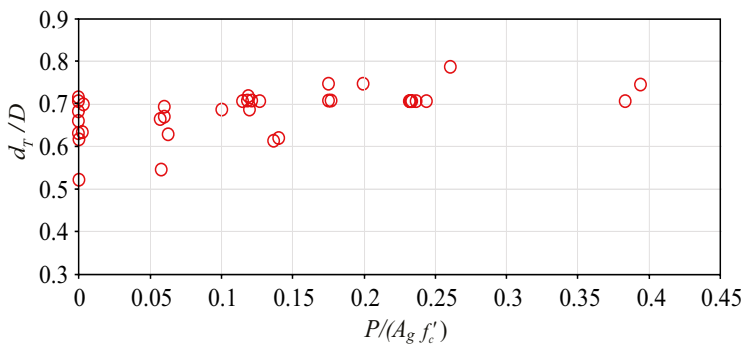


Fig. 3: Columna circular d_r/D versus $P/(A_g f'_c)$

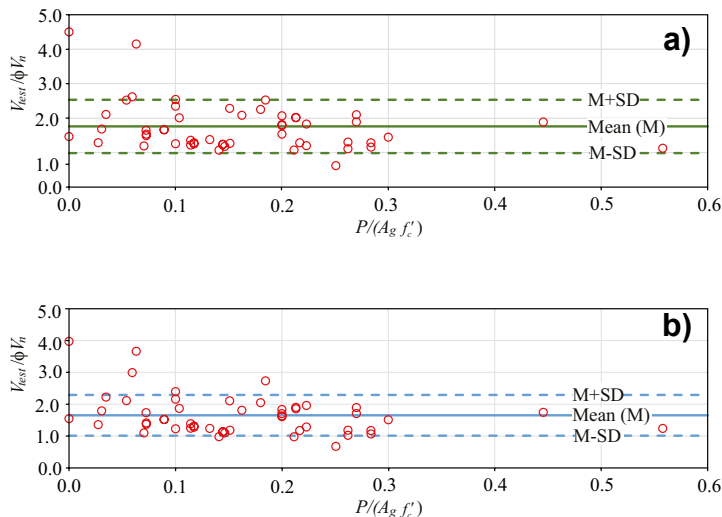


Fig. 4: $V_{prueba}/\phi V_n$ versus $P/(A_g f'_c)$ para columnas rectangulares: (a) V_n se calculó utilizando $d = d_r$ para V_c y V_s ; y (b) V_n se calculó utilizando $d = 0.80h$ para V_c y V_s

la ubicación del eje neutro y del centroide para refuerzo longitudinal en tracción.

Basándonos en estos análisis, recomendamos la inclusión del siguiente requerimiento en disposiciones para calcular la resistencia a la cortante de columnas. Para calcular V_c y V_s de columnas, deberá permitirse asumir:

- (a) $d = 0.8h$ para columnas rectangulares; y
- (b) $d = 0.8D$ para secciones circulares.

Resumen

Se propone un procedimiento simplificado para determinar la profundidad efectiva d para cálculos de resistencia a cortante de las columnas rectangulares. En lugar de calcular d como una función de la geometría de sección de columna, pueden permitirse disposición de refuerzo, momento aplicado y carga axial, $d = 0.80h$. La definición propuesta de d conduce a mejores cálculos de las resistencias a la cortante para columnas rectangulares, con menos dispersión que cuando se utilizaba la definición de d de acuerdo con ACI 318-19.

Para columnas circulares, los análisis de bases de datos experimentales indican que el uso actualmente permitido de $d = 0.80D$ es apropiado y da por resultado buena exactitud para el diseño.

Reconocimientos

El trabajo presentado en este artículo fue inspirado por un comentario durante el período de discusiones públicas para ACI 318-19, en el que Allan Bommer y Bentley Systems observaron que la profundidad efectiva d para cálculo de resistencia a la cortante podría variar con la carga axial y estado de deformación, conduciendo a complejidad innecesaria en el diseño de la construcción.

Referencias

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2019, 623 pp.
2. Kuchma, D.A.; Wei, S.; Sanders, D.H.; Belarbi, A.; and Novak, L.C., "Development of the One-Way Shear Design Provisions of ACI 318-19 for Reinforced Concrete," ACI Structural Journal, V. 116, No. 4, July 2019, pp. 285-295.
3. ACI, "Standard Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete (ACI Standard Specifications No. 23)," ACI Journal Proceedings, V. 16, No. 2, Feb. 1920, pp. 283-302.
4. ACI Committee E-1, "Tentative Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete (E-1A-27T)," ACI Journal Proceedings, V. 23, No. 2, Feb. 1927, pp. 644-677.
5. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-99) and Commentary (ACI 318R-99)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1999, 391 pp.
6. Joint ACI-ASCE Committee 426, "Shear Strength of Reinforced Concrete Members (ACI 426R-74)," Journal of the Structural Division, ASCE, V. 99, No. 6, June 1973, pp. 1148-1157.

7. Faradji, M.J., and Diaz de Cossio, R., "Diagonal Tension in Concrete Members of Circular Section," Foreign Literature Study No. 466 (translated from Spanish), Portland Cement Association, Skokie, IL, 1966, 61 pp.

8. Khalifa, J.U., and Collins, M.P., "Circular Reinforced Concrete Members Subjected to Shear," Publication No. 81-08, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, Dec. 1981, 117 pp.

9. Fenwick, R.C., and Paulay, T., "Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams," Journal of the Structural Division, ASCE, V. 94, No. 10, Oct. 1968, pp. 2325-2350.

10. Ghannoum, W.; Sivaramakrishnan, B.; Pujol, S.; Catlin, A.C.; Fernando, S.; Yoosuf, N.; and Wang, Y., "NEES: ACI 369 Rectangular Column Database," 2015, www.datacenterhub.org/resources/255.

11. Ghannoum, W.; Sivaramakrishnan, B.; Pujol, S.; Catlin, A.C.; Fernando, S.; Yoosuf, N.; and Wang, Y., "NEES: ACI 369 Circular Column Database," 2015, www.datacenterhub.org/resources/254.

12. Kakavand, M.R.A.; Sezen, H.; and Tacioglu, E., "Data-Driven Models for Predicting the Shear Strength of Rectangular and Circular Reinforced Concrete Columns," Journal of Structural Engineering, ASCE, V. 147, No. 1, Jan. 2021.

13. ASCE/SEI 41-13, "Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings," American Society of Civil Engineers, Reston, VA, 2014, 554 pp.

14. ACI Committee 369, "Standard Requirements for Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Concrete Buildings (ACI 369.1-17) and Commentary," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2017, 110 pp.



Halil Sezen, FACI, es Profesor del Departamento de Ingeniería Civil, Ambiental y Geodésica de la Universidad Estatal de Ohio, Columbus, OH, Estados Unidos de Norteamérica. Es miembro del Comité ACI 369, Reparación y Rehabilitación Sísmica y del Comité Conjunto ASÍ-ASCE 441, Columnas de Concreto Reforzado.



Sergio M. Alcocer, FACI, es Profesor del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Ciudad de México, México y Profesor de medio tiempo en la Universidad de Texas en San Antonio, San Antonio, Texas, Estados Unidos de Norteamérica. Es miembro del Comité ACI 318, Código de Construcción de Concreto Estructural y fue miembro del Consejo Directivo de ACI y del Comité de Actividades Técnicas.



Jack P. Moehle, FACI, es Profesor de la Escuela de Posgrado en la Universidad de California, Berkely, California, Estados Unidos de Norteamérica. Fue miembro del Consejo Directivo de ACI y del Comité de Actividades Técnicas y fue Presidente del Comité ACI 318, Código de Construcción de Concreto Estructural.

La traducción de este artículo correspondió al Capítulo de México Centro y Sur

Título: Profundidad Efectiva de Columnas Rectangulares y Circulares para Cálculos de Resistencia al Cortante



Traductora: Ing. Ana Patricia García Medina



Revisor Técnico: Sergio Valdez Constantino